



Kangourou della Matematica 2026  
finale nazionale italiana  
Cesenatico, 19 settembre 2026



**LIVELLO CADET**

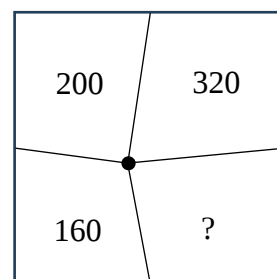
Tutte le risposte devono essere giustificate

**C1. (5 punti)** Ci sono 4 sacchi e ognuno pesa un numero intero di chili. Se ne scegliamo 3 in ognuno dei quattro modi possibili, il peso complessivo dei 3 scelti è o 50 o 60 chili. Quante sono le possibili differenze di peso tra il sacco più pesante e quello più leggero?

**Risposta: 1.**

**Svolgimento.** Mettiamo i sacchi in ordine di peso crescente (non strettamente); è chiaro che la somma dei primi tre sarà 50, quello degli ultimi tre sarà 60; visto che il secondo e terzo sacco della prima terna coincidono con il primo e il secondo dell'ultima, la differenza di peso tra il quarto sacco e il primo è  $60 - 50 = 10$ , quindi c'è una sola possibile differenza.

**C2. (7 punti)** Osserva la figura: in un quadrato sono stati tracciati 4 segmenti che hanno tutti un estremo in uno stesso punto interno al quadrato e l'altro nel punto medio di uno dei lati del quadrato. Sono indicate le aree (in centimetri quadrati) di tre dei quattro quadrilateri così individuati. Di quanti centimetri quadrati è l'area del quarto?



**Risposta: 280.**

**Svolgimento.** La somma delle aree di due quadrilateri opposti è la stessa per le due coppie. Infatti, siano  $A, B, C, D$  i punti medi dei lati del quadrato originale e  $P$  il punto interno: è chiaramente sufficiente dimostrare che la somma delle aree dei triangoli  $APD$  e  $BCP$  coincide con la somma delle aree dei triangoli  $ABP$  e  $CDP$ . Tutti questi triangoli hanno base di uguale lunghezza e la somma delle altezze di due triangoli opposti coincide con la misura del lato del quadrato  $ABCD$ .

**C3. (11 punti)** C'è un mucchio di monete apparentemente tutte uguali: sono tutte dello stesso peso tranne una che è l'unica falsa e pesa leggermente di meno, ma non tanto di meno da potermene rendere conto prendendo le monete in mano. Posso individuare la moneta falsa usando una bilancia a due piatti, che permette di confrontare il peso di due gruppi di monete qualunque. Se con al più 6 confronti sono certo di poter individuare la moneta falsa, quante possono essere al massimo le monete nel mucchio?

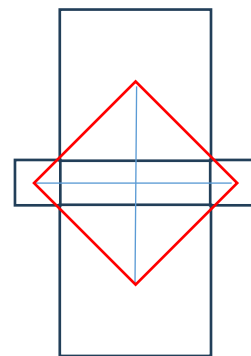
**Risposta: 729.**

**Svolgimento.** Supponiamo che il numero delle monete sia divisibile per 3; poniamo un terzo delle monete su un piatto, un terzo sull'altro piatto e l'ultimo terzo in disparte. A confronto dei due piatti fatto, possiamo concentrarci su un terzo delle monete. Se anche questo terzo è ripartibile in tre gruppi equipotenti possiamo ripetere l'operazione. Per massimizzare la quantità di monete esaminabili, dobbiamo allora supporre che il loro numero iniziale sia una potenza di 3: poiché ci sono concesse 6 misurazioni, questo numero deve essere  $3^6 = 729$ .

**C4. (14 punti)** È assegnato un rettangolo  $R$ . Esternamente a  $R$ , su ogni lato di  $R$  si costruisce un quadrato, un lato del quale coincide con tale lato di  $R$ . Che cosa si può dire sul poligono che ha come vertici i centri dei quattro quadrati?

**Risposta: è un quadrato.**

**Svolgimento.** La figura formata da rettangolo e quadrati è simmetrica rispetto ai due assi del rettangolo, quindi lo è anche la figura che ha per vertice i centri dei quadrati: si tratta quindi di un rombo, che ha le diagonali congruenti (in quanto somma dei due lati del rettangolo): quindi è un quadrato.



**C5. (18 punti)** Considera i numeri interi da 1 a 2.026 inclusi. Ne vuoi levare uno in modo che la media dei rimanenti sia un numero intero. Elenca i numeri che puoi scegliere per realizzare il tuo proposito.

**Risposta: 1 o 2.026.**

**Svolgimento.** Levando 1 o 2.026 rimane un numero dispari di interi consecutivi, la media dei quali è dunque il numero centrale, rispettivamente 1.014 e 1.013.

Altri candidati non ve ne sono. Infatti sia  $n$  un diverso candidato,  $1 < n < 2.026$ , e sia  $S$  la somma dei primi 2.026 interi: il numero  $(S - n) / 2.025$  deve essere un intero. I valori possibili del numeratore sono tutti gli interi tra  $S - 2.025$  e  $S - 2$  inclusi: nessuno fra questi è un multiplo intero di 2.025, poiché, per quanto detto sopra, lo sono sia  $S - 2.026$  sia  $S - 1$ .

**In alternativa.** Sia  $n$  il numero da togliere ( $1 \leq n \leq 2026$ ): allora la media è

$$M = \frac{\frac{2026 \times 2027}{2} - n}{2025} = \frac{(2025+1)(2025+2) - 2n}{2 \times 2025} = 1014 + \frac{1-n}{2025} \text{ che è un intero se e solo se } n=1 \text{ o } n=2026.$$

**C6. (22 punti)** Quante sono le coppie non ordinate di numeri interi (positivi) palindromi di 4 cifre tali che la somma dei due numeri che la compongono sia un numero palindromo di 5 cifre? (Un numero viene detto palindromo se è indifferente leggere le sue cifre da sinistra a destra o da destra a sinistra. Una delle coppie cercate è, ad esempio, {2002, 9009} che fornisce 11011.)

**Risposta: 36.**

**Svolgimento.** Poiché il più grande palindromo di 4 cifre è 9999, le somme relative alle nostre coppie non possono superare 19998, quindi la cifra alle loro estremità deve essere 1 per tutte. Ne segue che la somma delle prime cifre (migliaia) e quella delle ultime (unità) nei due numeri deve essere 11 per ogni coppia. Si può ottenere 11 in 4 modi diversi:  $2 + 9$ ,  $3 + 8$ ,  $4 + 7$ ,  $5 + 6$ . La palindromia impone che in ogni numero la seconda (centinaia) e la terza (decine) cifra coincidano. Se sono 0 si hanno 4 coppie e la somma è 11011 per ogni coppia. Banalmente si verifica che non possono essere 1. Possono essere invece ciascuna delle rimanenti, ma una facile verifica impone che nell'altro numero ne siano il complemento a 11: in questo caso la somma è 12221 per ogni coppia e le coppie sono  $4 \times 8 = 32$ .

**In alternativa.** Poiché il più grande palindromo di 4 cifre è 9999, le somme relative alle nostre coppie non possono superare 19998, quindi la cifra alle loro estremità deve essere 1 per tutte. La somma di due numeri palindromi di quattro cifre è della forma  $S = 11011 + 110s$  ove  $s$  è la somma delle cifre delle decine (e quindi delle centinaia) e può variare tra 0 e 18. Se  $s = 11$  risulta  $S = 12221$  e quindi si ha un palindromo; negli altri casi in cui  $s \geq 10$  il numero di decine aggiunte non è palindromo e questo non permette di avere somma palindroma: ad es.  $11011 + 1100 = 12111$ ; per  $s$  compreso tra 1 e 9, similmente, la somma non intacca la cifra delle migliaia ma quella delle decine sì e quindi non si può avere un palindromo ad es.  $11011 + 110 = 11121$ . Quindi è possibile avere un palindromo solo per  $s = 0$  (un caso) e per  $s = 11$  (8 casi). Quindi in totale  $4 \times 9$  coppie possibili.