



Kangourou della Matematica 2026
finale nazionale italiana
Cesenatico, 19 settembre 2026



LIVELLO BENJAMIN

Tutte le risposte devono essere giustificate

B1. (5 punti) Un commissario di polizia ha interrogato tre persone A , B , C sospettate di aver commesso un furto.

A ha dichiarato: “Io non sono il ladro, il ladro è C ”.

B ha dichiarato: “Il ladro è A e C è innocente”.

C ha dichiarato: “Io non sono il ladro e B è innocente”.

Il commissario viene a sapere che uno dei tre ha detto la verità, un altro ha detto due cose false e un terzo ha detto una cosa vera e una falsa. Chi è il ladro?

Risposta: C .

Svolgimento. Se il ladro fosse A , sia B sia C avrebbero detto la verità. Se il ladro fosse B , sia B sia C avrebbero detto solo mezze verità. Allora il ladro è C : A ha detto la verità, B ha mentito e C ha detto mezza verità.

B2. (7 punti) Ci sono 4 sacchi e ognuno pesa un numero intero di chili. Se ne scegliamo 3 in ognuno dei quattro modi possibili, il peso complessivo dei 3 scelti è o 50 o 60 chili. Quante sono le possibili differenze di peso tra il sacco più pesante e quello più leggero?

Risposta: 1.

Svolgimento. Mettiamo i sacchi in ordine di peso crescente (non strettamente); è chiaro che la somma dei primi tre sarà 50, quello degli ultimi tre sarà 60; visto che il secondo e terzo sacco della prima terna coincidono con il primo e il secondo dell'ultima, la differenza di peso tra il quarto sacco e il primo è $60 - 50 = 10$, quindi c'è una sola possibile differenza.

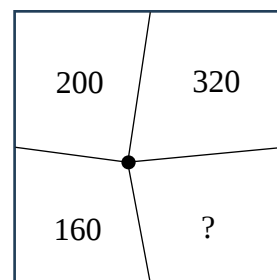
B3. (11 punti) Il resto della divisione per 5 di un numero intero positivo è 3; il resto della divisione per 4 di quello stesso numero è 2. Qual è il resto della divisione per 10 di quel numero?

Risposta: 8.

Svolgimento. Trovare un numero che soddisfi alle due condizioni è semplice: ad esempio 18. Occorre però dimostrare che il risultato, 8, è lo stesso per tutti i numeri accettabili. Sia n uno di tali numeri: $n + (5 - 3) = n + (4 - 2)$ è divisibile sia per 5 sia per 4 dunque, poiché 5 e 4 non hanno divisori comuni, $n + 2$ è divisibile per 20 ed è quindi un multiplo di 10.

In alternativa. n deve essere della forma $5q + 3$ e deve essere pari, quindi q è dispari: allora n può essere scritto come $10k + 5 + 3$, con k intero ≥ 1 .

B4. (14 punti) Osserva la figura: in un quadrato sono stati tracciati 4 segmenti che hanno tutti un estremo in uno stesso punto interno al quadrato e l'altro nel punto medio di uno dei lati del quadrato. Sono indicate le aree (in centimetri quadrati) di tre dei quattro quadrilateri così individuati. Di quanti centimetri quadrati è l'area del quarto?



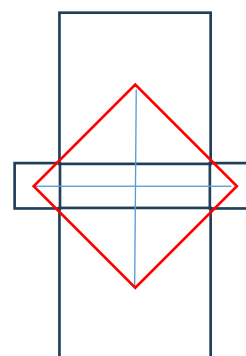
Risposta: 280.

Svolgimento. La somma delle aree di due quadrilateri opposti è la stessa per le due coppie. Infatti, siano A, B, C, D i punti medi dei lati del quadrato originale e P il punto interno: è chiaramente sufficiente dimostrare che la somma delle aree dei triangoli APD e BCP coincide con la somma delle aree dei triangoli ABP e CDP . Tutti questi triangoli hanno base di uguale lunghezza e la somma delle altezze di due triangoli opposti coincide con la misura del lato del quadrato $ABCD$.

B5. (18 punti) È assegnato un rettangolo R . Esternamente a R , su ogni lato di R si costruisce un quadrato, un lato del quale coincide con tale lato di R . Che cosa si può dire sul poligono che ha come vertici i centri dei quattro quadrati?

Risposta: è un quadrato.

Svolgimento. La figura formata da rettangolo e quadrati è simmetrica rispetto ai due assi del rettangolo, quindi lo è anche la figura che ha per vertice i centri dei quadrati: si tratta quindi di un rombo, che ha le diagonali congruenti (in quanto somma dei due lati del rettangolo): quindi è un quadrato.



B6. (22 punti) In un sacchetto ci sono 46 biglie che possono essere verdi, rosse o gialle, ma non si conoscono le quantità per colore. So che, estraendole a caso, per essere certo di averne almeno 10 di uno stesso colore ne devo estrarre 26. Quante devo preventivare di estrarne per essere certo di averne almeno 20 di uno stesso colore?

Risposta: 46, tutte.

Svolgimento. Poiché 46 non è divisibile per 3, i tre gruppi non contengono lo stesso numero di biglie: supponiamo che le verdi siano in numero minore.

Dal fatto che, per essere sicuri di averne 10 di uno stesso colore, non basta estrarre 25 biglie ma basta estrarne 26, si deduce che **in tutto** non ci possono essere

- meno di 7 biglie verdi, altrimenti su 25 biglie ce ne sarebbero non meno di 19 non verdi e quindi ci sarebbero almeno 10 biglie dello stesso colore;
- più di 7 biglie verdi, altrimenti aumentare di 1 il numero delle biglie non garantirebbe di incrementare il numero delle non verdi (e con ciò di ottenere 10 biglie dello stesso colore).

Allora le biglie non verdi sono 39 e, nel peggiore dei casi, di esse 19 potrebbero essere di un colore e 20 dell'altro e potrei doverle estrarre tutte prima di avere esattamente 20 biglie dello stesso colore.