



Kangourou della Matematica 2023
finale nazionale italiana
Cervia, 23 settembre 2023



LIVELLO ÉCOLIER

Tutte le risposte devono essere giustificate

E1. (5 punti) In figura vedi sei tessere, ognuna delle quali riporta, sia in alto sia in basso, il simbolo di una delle quattro operazioni. Anna le mostra a Lucia e a Marta. Sceglie mentalmente una tessera, senza dire quale. Comunica a ciascuna di loro (senza farsi sentire dall'altra) un particolare di tale tessera: a Lucia dice qual è il segno su fondo grigio, a Marta qual è il segno su fondo bianco. Poi chiede a entrambe di indovinare la tessera che ha scelto. Dopo il suggerimento di Anna, né Lucia né Marta possono individuare con certezza la tessera: tu invece, dopo questa ultima informazione, sì. Disegna quale è e spiega come hai potuto decidere.

+	-	:	+	×	+
+	×	:	-	:	×

Risposta:

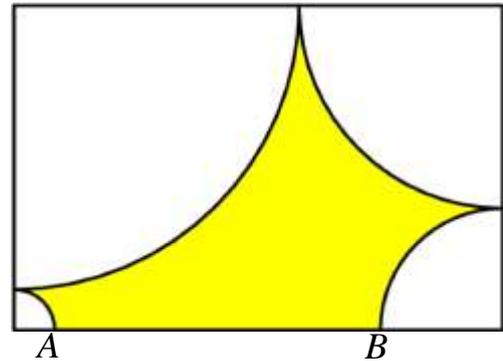
+
×

Svolgimento. La tessera non può essere né la seconda, né la terza, né la quinta, altrimenti Lucia avrebbe potuto individuarla; non può essere né la prima, né la quarta, altrimenti Marta avrebbe potuto individuarla. Allora è la sesta.

E2. (7 punti) Ci sono 16 bottiglie identiche: 7 sono piene di latte, 6 sono piene a metà di latte e 3 sono vuote. Indica come puoi distribuire tutte queste bottiglie, senza modificarne il contenuto, fra quattro persone in modo che ciascuna ottenga la stessa quantità di latte e lo stesso numero di bottiglie.

Svolgimento. Ci sono 16 bottiglie e quindi a ciascuno ne devono toccare 4; inoltre c'è l'equivalente in latte di 10 bottiglie piene; quindi a ciascuno dei 4 deve toccare l'equivalente in latte di 2 bottiglie e mezza; ai primi tre si possono dare due bottiglie piene e una mezza ciascuno: visto che così hanno solo 3 bottiglie si deve dare a ciascuno una bottiglia vuota; al quarto si dà la restante bottiglia piena e le restanti 3 mezza bottiglie: così ha 4 bottiglie.

E3. (11 punti) Lia ha disegnato il rettangolo in figura, i cui lati misurano 12 e 8 centimetri. Puntando il compasso in ogni vertice, ha poi tracciato i quattro archi di circonferenza che vedi: ognuno di essi ha un punto in comune con almeno uno degli altri tre. Quanti centimetri misura il segmento AB che delimita in basso il disegno colorato?



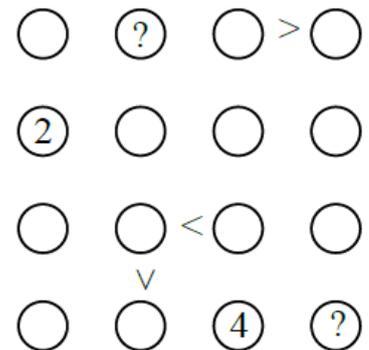
Risposta: 8.

Svolgimento. Il risultato è indipendente dal raggio delle circonferenze. Guardando i tre lati “non in basso” del rettangolo si vede che essi sono composti accostando due volte i raggi delle circonferenze con centro nei due vertici in alto e una volta i raggi delle restanti due circonferenze. Quindi la somma delle misure dei raggi delle due circonferenze con centro nei vertici in basso è $12 + 8 \times 2 - 12 \times 2 = 4$ e quindi il segmento AB che delimita la figura misura $12 - 4$ centimetri.

E4. (14 punti) In ogni casella dello schema in figura deve comparire uno dei numeri 1, 2, 3, 4 in modo che

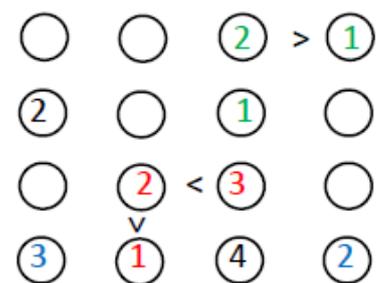
- ognuno di essi appaia una sola volta in ogni riga e in ogni colonna;
- i tre simboli “>” di “maggiore” o “<” di “minore” che compaiono risultino posti in modo corretto rispetto ai numeri ospitati nelle due caselle tra le quali sono inseriti.

Due caselle sono già state occupate. Qual è la somma dei numeri da inserire nelle due caselle con il punto di domanda?



Risposta: 5.

Svolgimento. Affinché siano rispettati i segni di disuguaglianza, il terzo numero (da sinistra) della terza riga deve essere 3 e il secondo 2, obbligando 1 come secondo numero della quarta riga. Il primo numero della quarta riga deve essere allora 3 (non può essere 2 perché già presente nella prima colonna), quindi il quarto deve essere 2. Il primo elemento sulla terza colonna deve essere 2, in quanto minore di 3, ma maggiore di un altro numero, che sarà 1. Ciò forza 4 nel quarto posto della terza riga e quindi nel primo della prima riga. Ne segue che il secondo numero nella prima riga è 3.



E5. (18 punti) Cinque ragazze e quattro ragazzi hanno partecipato ad una gara dove non erano previste posizioni di pari merito. Il primo posto in classifica è toccato ad una ragazza; sommando i numeri delle posizioni delle ragazze si ottiene il doppio della somma dei numeri delle posizioni dei ragazzi. In che posizione si è classificato l'ultimo dei ragazzi?

Risposta: Sesta.

Svolgimento. La somma dei numeri di tutte le posizioni è 45: allora la somma relativa alle ragazze è 30, quella relativa ai ragazzi è 15. Poiché $2 + 3 + 4 + 5 = 14$, l'unico modo per ottenere 15 è sostituire 5 con 6.

E6. (22 punti) Si vogliono collocare alcuni gettoni in altrettante celle quadrate di una griglia 2×9 in modo che ogni cella o contenga un gettone o condivida un lato con qualche cella che contenga un gettone. Qual è il minimo numero di gettoni che consente di raggiungere lo scopo?

Risposta: 5.

Svolgimento. Una cella che contenga un gettone ne può "sistemare" al massimo altre tre: allora 4 gettoni non possono bastare. Ne bastano 5: per esempio se ne può disporre uno nelle celle 1, 5 e 9 della prima riga e uno nelle celle 3 e 7 della seconda.