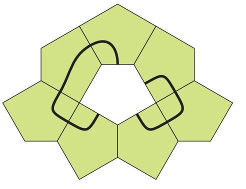
Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2024
Categoria Student
Per studenti del triennio della scuola secondaria di secondo grado

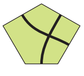
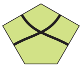
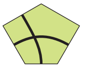
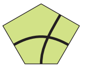
STUDENT

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Gli mancano due unità per essere un multiplo di 10, ne ha due di troppo per essere un quadrato perfetto, ma è il doppio di un numero primo. È uno dei seguenti numeri. Quale?
A) 258 **B)** 78 **C)** 58 **D)** 38 **E)** 18

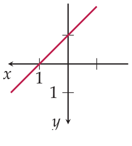
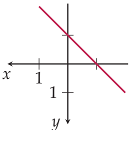
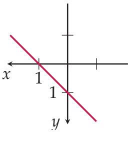
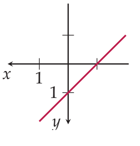
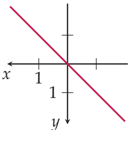
2. Guarda la figura: sette pentagoni congruenti, ognuno con due angoli interni di 90 gradi, contornano un ottavo pentagono bianco, congruente ai precedenti. Quale dei seguenti pentagoni può essere sostituito a quello bianco (eventualmente ruotandolo, ma non ribaltandolo) in modo che rimanga disegnata un'unica curva nera che si autointerseca?



A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

3. Qual è la somma dei valori di x tali che il più grande tra i due numeri
$$4 - 2x \text{ e } 3x - 1$$
valga 8?
A) – 1 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

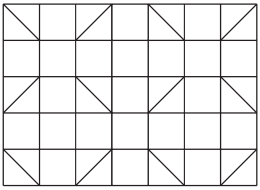
4. Quando si avvale di un sistema di assi cartesiani ortogonali, Pamela ha un suo proprio modo di farlo: inverte l'orientamento di entrambi gli assi.
Nel sistema di Pamela, quale delle seguenti è la retta di equazione $y = x + 1$?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Un dado è stato truccato: ora la probabilità di ottenere 2, 3, 4 o 5 è sempre 1/6, ma quella di ottenere 6 è il doppio di quella di ottenere 1. Qual è ora la probabilità di ottenere 6?
A) 1/4 **B)** 1/6 **C)** 7/36 **D)** 2/9 **E)** 5/18

6. Quale dei numeri seguenti coincide con il risultato della somma
$$16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}\,?$$
A) 16^{19} **B)** 4^{31} **C)** 4^{60} **D)** 16^{60} **E)** 2^{60}

7. Ognuno dei triangoli e ognuno dei quadratini (non quelli ripartiti in due triangoli) presenti in figura va colorato in modo che, ogni volta che due di queste figure sono a contatto, anche per un solo punto (vertice), ricevano colori diversi. Qual è il minimo numero di colori sufficiente a realizzare l'intento?



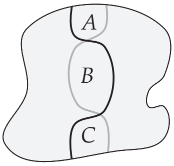
A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8 **E)** 9

8. Sei carte da gioco sono allineate su un tavolo e nessuna di esse mostra il dorso. Una mossa consiste nel capovolgere esattamente quattro carte (non necessariamente consecutive). Qual è il minimo numero di mosse sufficiente a far sì che tutte le carte mostrino il dorso?
A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** 7

9. Supponi di giocare in questo modo. Partendo da un numero, tiri una moneta: se viene testa moltiplichi quel numero per 6, se viene croce lo moltiplichi per 10. Se parti dal numero 1 e applichi questa regola su ogni risultato che via via ottieni non potrai mai ottenere uno dei risultati sotto elencati. Quale?
A) $2^{100} \times 3^{20} \times 5^{80}$ **B)** $2^{90} \times 3^{20} \times 5^{80}$ **C)** $2^{90} \times 3^{20} \times 5^{70}$
D) $2^{110} \times 3^{80} \times 5^{30}$ **E)** $2^{50} \times 5^{50}$

STUDENT

10. La figura mostra la mappa di un parco con due percorsi che lo attraversano intersecandosi, ciascuno ripartendolo in due regioni che hanno la stessa area.
Se A, B e C sono le aree delle regioni indicate in figura, quale delle seguenti uguaglianze è necessariamente vera?

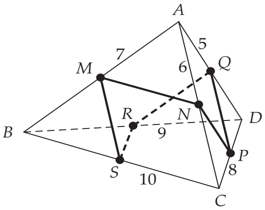


A) $A = C$ **B)** $B = A + C$
C) $B = (A + C) / 2$ **D)** $B = 2(A + C) / 3$ **E)** $B = 3(A + C) / 5$

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

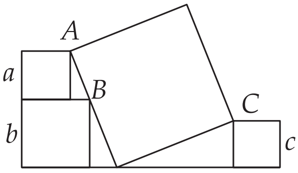
11. Relativamente ad un certo intero positivo n che non conosciamo, sappiamo che una e una sola delle affermazioni elencate è vera. Quale deve essere?
A) n è divisibile per 3. **B)** n è divisibile per 6. **C)** n è dispari.
D) n è uguale a 2. **E)** n è un numero primo.

12. La figura mostra un tetraedro (non regolare) $ABCD$, su ciascuno spigolo del quale è stato segnato il punto medio. Congiungendo con segmenti, in un ordine opportuno, i punti medi, si è ottenuta la poligonale esagonale chiusa non piana $MNPQRSM$. Se le lunghezza degli spigoli sono quelle indicate in figura (gli interi da 5 a 10), quanto è lunga la poligonale?



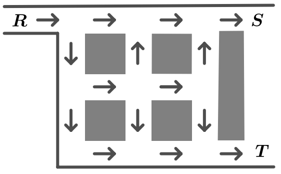
A) 19 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22 **E)** 23

13. I tre quadrati più piccoli tra i quattro rappresentati in figura hanno lati di lunghezze a, b, c. Il vertice A del quadrato più grande coincide con un vertice del quadrato di lato a, il vertice opposto C con un vertice del quadrato di lato c. Il vertice B del quadrato di lato b giace su un lato del quadrato più grande. Quale delle seguenti espressioni fornisce la misura del lato del quadrato più grande?



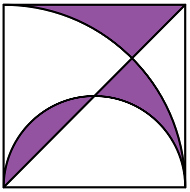
A) $(a + b + c) / 2$ **B)** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ **C)** $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ **E)** $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

14. La figura mostra un quartiere di una città in cui tutte le strade sono a senso unico, quello indicato dalle frecce. Si entra comunque da R e si può uscire da S o da T. A ogni bivio in cui è possibile farlo, Arianna sceglie a caso come proseguire (in modo lecito). Qual è la probabilità che Arianna esca da T?



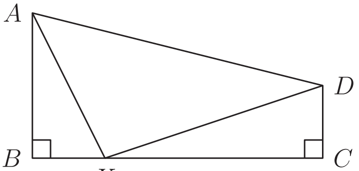
A) 3 / 32 **B)** 3 / 16 **C)** 1 / 4
D) 3 / 8 **E)** 1 / 2

15. La figura mostra un quadrato di 6 cm di lato in cui sono tracciate una diagonale, una semicirconferenza e un quarto di circonferenza. Tutte queste linee hanno gli estremi in due vertici del quadrato. Di quanti centimetri quadrati è l'area della regione ombreggiata?



A) 9 **B)** 3π **C)** $6\pi - 9$
D) $10\pi/3$ **E)** 12

16. Il trapezio rettangolo $ABCD$ ha gli angoli retti in B e in C. I lati AB, BC e CD sono lunghi rispettivamente 4, 8 e 2. Al variare del punto X sul lato BC, qual è il minimo valore possibile per la somma della lunghezza di AX e di quella di XD ?



A) $9\sqrt{2}$ **B)** 12 **C)** 13
D) 10 **E)** Nessuno dei precedenti.

17. Sono dati due numeri positivi p e q, con $p < q$.
Quale delle seguenti espressioni fornisce il numero maggiore?
A) $(p + 3q) / 4$ **B)** $(p + 2q) / 3$ **C)** $(p + q) / 2$
D) $(2p + q) / 3$ **E)** $(3p + q) / 4$

18. Quanti numeri interi positivi di tre cifre (dunque compresi fra 100 e 999, estremi inclusi) contengono almeno una delle cifre 1, 2, 3?
A) 27 **B)** 147 **C)** 441 **D)** 557 **E)** 606

19. Sono assegnate quattro cifre A, B, C, D con $A \neq 0$. Il numero positivo rappresentato, in notazione decimale, come AB,CD è la media aritmetica dei numeri interi AB e CD. Quanto vale $A + B + C + D$?

A) 14 **B)** 18 **C)** 21 **D)** 25 **E)** 27

20. Due candele di uguale altezza incominciano ad ardere nello stesso istante e ciascuna si consuma uniformemente nel tempo. Una impiegherebbe 4 ore ad esaurirsi, l'altra 5 ore. Dopo quante ore una delle due sarà lunga il triplo dell'altra?

A) 40 / 11 **B)** 45 / 12 **C)** 63 / 20 **D)** 3 **E)** 47 / 14

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Ci sono sei carte ognuna delle quali riporta una coppia di numeri, un numero su ciascuna faccia. Le sei coppie sono (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) e (9, 10). È possibile scegliere a piacere come allineare le carte e quale faccia ciascuna debba mostrare. Scelta una disposizione, vanno eseguite, sui numeri che appaiono in essa, le operazioni indicate in figura:

STUDENT

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = \dots$$

Qual è il minimo risultato che si può ottenere?

A) – 23 **B)** – 24 **C)** – 25 **D)** – 26 **E)** – 27

22. I tre numeri a, b, c sono tutti diversi fra loro e diversi da 0. Le due equazioni

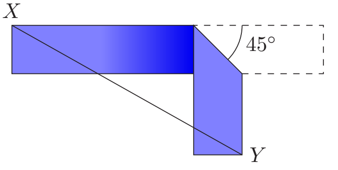
$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ e } bx^2 + ax + c = 0$$

hanno almeno una soluzione in comune.

Quale delle seguenti affermazioni deve essere vera?

A) Una soluzione comune deve essere 0.
B) Una delle due equazioni ha una sola soluzione reale.
C) $a > 0$.
D) $b > 0$.
E) $a + b + c = 0$

23. La figura mostra un nastro di 12 cm di lunghezza e 2 cm di altezza, ripiegato in due spezzoni perpendicolari. Al variare della posizione della piegatura, come descritta, di quanti centimetri è la minima distanza possibile fra i due punti X e Y ?



A) $6\sqrt{2}$ **B)** $7\sqrt{2}$ **C)** 10

D) 8 **E)** $6 + \sqrt{2}$

STUDENT

24. Ci sono alcuni sacchetti identici, ognuno contenente 12 gettoni numerati da 1 a 12. Estraendo a caso un gettone da ogni sacchetto, la probabilità di estrarre uno e un solo gettone con il numero 12 è uguale alla probabilità di non estrarne alcuno. Quanti sono i sacchetti?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11 **E)** 12

25. Un polinomio reale p della variabile x è tale che

$$p\,(x+1) = x^2 - x + 2\,p(6)$$

per ogni x reale. Quanto vale la somma dei coefficienti di p ?

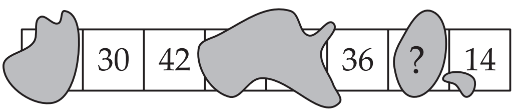
A) – 40 **B)** – 6 **C)** 12 **D)** 40

E) Un numero diverso dai precedenti

26. Diciamo che un punto del piano, dotato di un sistema cartesiano ortogonale, è "*razionale*" se entrambe le sue coordinate sono numeri razionali (cioè esprimibili come quoziente di numeri interi). Quale delle seguenti affermazioni risulta falsa?

A) Esiste una retta priva di punti razionali.
B) Esiste una retta che contiene infiniti punti razionali.
C) Esiste una retta che contiene un solo punto razionale.
D) Esiste una retta che contiene esattamente due punti razionali.
E) Nessuna retta contiene solo punti razionali.

27. Considera un allineamento di otto celle consecutive ognuna delle quali inizialmente contiene il numero 0. Operare una mossa consiste nello scegliere 4 celle consecutive a piacere e aggiungere 1 al numero presente in ognuna di esse. Dopo alcune mosse la situazione che si è venuta a creare è espressa dalla figura, nella quale però alcune macchie hanno reso invisibili i numeri presenti in 4 celle. Che numero deve essere scritto nella cella individuata dal punto di domanda?



A) 24 **B)** 30 **C)** 36 **D)** 48

E) Nessuno dei precedenti

28. Una funzione f, reale e definita su tutto l'asse reale, è tale che

$$f\,(20 - x) = f\,(22 + x)$$

per ogni valore di x e si annulla per esattamente due valori distinti di x. Quanto vale la somma di questi due valori?

A) – 1 **B)** 20 **C)** 21 **D)** 22

E) Nessuno dei numeri precedenti

29. Considera un dodecagono regolare. Quanti sono i triangoli, i cui vertici siano vertici del dodecagono, che hanno almeno un angolo di 45 gradi?

A) 48 **B)** 60 **C)** 72 **D)** 84 **E)** 96

30. Il numero intero positivo di quattro cifre $ABCD$ ($A \neq 0$), non necessariamente distinte, è il risultato della somma $A^A + B^B + C^C + D^D$. Che cifra è A ?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

STUDENT

Finito di stampare nel mese di
febbraio 2024 presso
Arti Grafiche Bianca & Volta
Truccazzano (MI)

per conto di
Edizioni Kangourou Italia
ISBN: 978-88-89249-83-3