



**Kangourou della Matematica 2024**  
**Coppa Junior a squadre**  
**Finale 1**  
**Cervia, 5 maggio 2024**



## Quesiti

### 1. I tagli

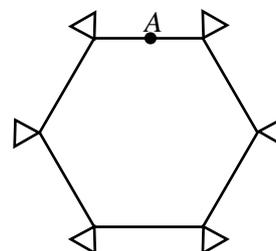
Da un semicerchio di carta di raggio  $100\sqrt{5}$  si vuole ritagliare il quadrato più grande possibile. Qual è la lunghezza complessiva dei tagli che permettono di raggiungere lo scopo?

### 2. Un polinomio

Un polinomio  $P$  è tale che  $P(x + 2020) = 2024 - 2x + 2P(2024)$  per ogni valore reale di  $x$ . Qual è la somma dei coefficienti di  $P$ ?

### 3. I percorsi

Osservate la figura. Partendo dal punto  $A$  si vuole ritornare in  $A$  percorrendo solo segmenti presenti in figura, non necessariamente tutti, ma senza percorrere più di una volta alcun segmento (pur potendo passare più di una volta per qualche estremo dei segmenti). Quanti sono i diversi percorsi possibili?



### 4. Due numeri interi

Due numeri interi positivi di tre cifre ciascuno vengono scritti uno consecutivamente all'altro in un certo ordine: si ottiene così un numero di sei cifre che risulta essere 7 volte il prodotto dei due numeri di partenza. Quanto vale la somma di questi due numeri?

### 5. Triangoli rettangoli

Considerate tutti i triangoli rettangoli il cui cateto minore misura 18 cm e gli altri lati misurano un numero intero di centimetri. Considerate le aree (in centimetri quadrati) di questi triangoli: qual è la differenza, in centimetri quadrati, tra la maggiore e la minore di esse?

### 6. I quadrati

L'intero  $M$  è un quadrato perfetto e ha quattro cifre, tutte inferiori a 7. Aggiungendo 3 a ogni cifra di  $M$  si ottiene un altro quadrato perfetto  $N$ . Quanto vale la radice quadrata (positiva) di  $N$ ?

### 7. La parte intera

Per ogni numero reale  $x$  si ponga  $f(x) = x^2 + 64x + 992$ . Sia  $\alpha$  la minore delle soluzioni dell'equazione  $f(f(f(f(x)))) = 0$ : determinate la parte intera del valore assoluto di  $\alpha$ .

## 8. I centini

Diciamo che un insieme finito  $S$  di numeri interi positivi è un *centino* se

- i suoi elementi sono tutti distinti fra loro,
- contiene il numero 2.024,
- la media dei suoi numeri è 100.

Per ognuno di tali insiemi  $S$ , denotiamo con  $N(S)$  il più grande dei numeri di  $S$ . Al variare di  $S$  fra i centini, quale è il maggiore dei numeri  $N(S)$ ? (*Se ritenete che vi siano insiemi centini  $S$  con  $N(S)$  arbitrariamente grande, rispondete 9999.*)

## 9. Solo 1, 2, 3

Quanti sono i numeri interi positivi di 12 cifre, le cui cifre siano solo 1 e/o 2 e/o 3 e tali che due cifre adiacenti differiscano comunque di 1?

## 10. Parallelepipedo

Un parallelepipedo rettangolo è stato costruito accostando 500 cubi di lato 1, in modo che l'area della sua superficie totale sia la più piccola possibile. Quanto vale questa area?

## 11. Quattro numeri reali

Con quattro numeri reali distinti si possono formare sei coppie di numeri. Sapendo che, al variare di tali coppie, le somme dei due numeri che le compongono sono tutte diverse fra loro e che le quattro somme più piccole sono 2, 4, 6, 8, calcolate la somma di tutti i possibili valori del numero maggiore.

## 12. Operazione binaria

Di un'operazione binaria  $*$  definita tra numeri reali si sa che

$$x * x = 0 \quad \text{e} \quad x * (y * z) = (x * y) + z$$

comunque siano assegnati tre numeri  $x, y, z$ . Qual è il risultato di  $2.024 * 24$ ?

## 13. A somma 29

La somma di due numeri interi non negativi è 29 e la somma dei loro quadrati è la più piccola possibile. Quanto vale questa somma?

## 14. Le biglie

Un sacchetto contiene 12 biglie indistinguibili. Gaetano le vuole levare tutte, non necessariamente una alla volta, ma talora prendendone anche più di una per volta (ad esempio potrebbe levarne tre insieme, poi una, poi ancora una, poi sette, oppure anche tutte dodici in un colpo solo). Tenendo conto dell'ordine in cui Gaetano può accorpate le biglie estraendole, quante sono le estrazioni possibili?

*Attenzione: l'ordine è importante, ad esempio (3, 1, 1, 7) è un'estrazione diversa da (1, 3, 1, 7).*

## 15. Tre cifre

Di un numero intero positivo si sa che ha tre cifre, che la somma delle cifre delle unità con quella delle centinaia coincide con la cifra delle decine, che la sua fattorizzazione in primi vede fattori tutti diversi fra loro e che è il più grande compatibile con questi vincoli. Che numero è?



**Kangourou della Matematica 2024**  
**Coppa Junior a squadre**  
**Finale 1**  
**Cervia, 5 maggio 2024**



**Titoli e risposte**

- 1. I tagli [0600]**
- 2. Un polinomio [2030]**
- 3. I percorsi [1458]**
- 4. Due numeri interi [0286]**
- 5. Triangoli rettangoli [0504]**
- 6. I quadrati [0067]**
- 7. La parte intera [0033]**
- 8. I centini [3126]**
- 9. Solo 1, 2, 3 [0128]**
- 10. Parallelepipedo [0400]**
- 11. Quattro numeri reali [0015]**
- 12. Operazione binaria [2000]**
- 13. A somma 29 [0421]**
- 14. Le biglie [2048]**
- 15. Tre cifre [0781]**