

Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2024
Categoria Junior
Per studenti del biennio della
scuola secondaria di secondo grado



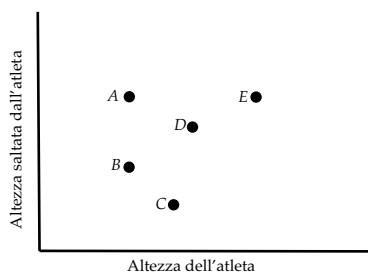
I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Qual è il valore della frazione $\frac{2 \times 0,24}{20 \times 2,4}$?

- A) 0,01 B) 0,1 C) 1 D) 10 E) 100

2. In una particolare gara di salto in alto, vince l'atleta per il quale è maggiore il rapporto fra l'altezza saltata e la propria altezza. La figura, dove in ascisse vi sono le altezze degli atleti e in ordinate le altezze dei rispettivi salti eseguiti, descrive le prestazioni dei cinque atleti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*. Chi ha vinto la gara?

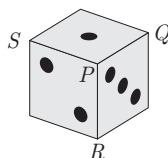
- A) *A* B) *B* C) *C* D) *D* E) *E*



JUNIOR

3. La figura mostra un dado regolare: tutti i punteggi da 1 a 6 vi compaiono, uno per faccia, e la somma dei punteggi su facce opposte è sempre 7. Per ogni vertice del cubo, diciamo che il suo *valore* è la somma dei punteggi che compaiono sulle tre facce che vi concorrono: ad esempio, il valore del vertice *P* è $1 + 2 + 3 = 6$. Tra i valori dei vertici *Q*, *R* e *S* indicati, quale è il più alto?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

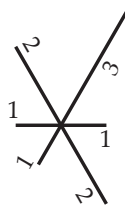


4. Su un lungo percorso di 2024 piastrelle allineate un canguro si diverte saltellando in questo modo: tocca la prima piastrella solo con una zampa, la seconda con entrambe le zampe, la terza solo con l'altra zampa, la quarta con entrambe le zampe, salta completamente la quinta e poi ripete questo schema fino all'ultima piastrella. Quante sono le piastrelle toccate da entrambe le zampe?

- A) 674 B) 676 C) 804 D) 810 E) 1012

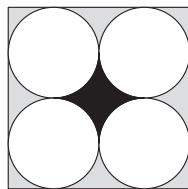
5. In figura sono indicate le lunghezze in centimetri di sei segmenti che escono da uno stesso punto, vuoi ripassare il disegno con una penna, senza mai staccarla dal foglio (quindi eventualmente ripercorrendo qualche segmento). Quanti centimetri deve essere lungo il più breve percorso possibile della punta della tua penna?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18





6. La figura mostra un quadrato che contiene quattro cerchi tutti della stessa area, ognuno tangente a due lati del quadrato e ad altri due cerchi. Qual è il rapporto fra l'area della regione in nero e quella della regione in grigio?



- A) 1 : 4 B) 1 : 3 C) 2 : 3
D) 3 : 4 E) π : 1

7. Il perimetro di un rettangolo è 40 metri e le misure in metri dei suoi lati sono espresse da numeri interi primi. Di quanti metri quadrati può essere al massimo la sua area?

- A) 99 B) 96 C) 91 D) 84 E) 51

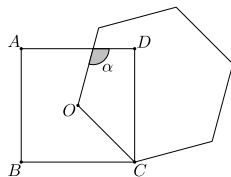
8. Quale fra le seguenti coppie (ordinate) di numeri positivi può esprimere le aree (nell'ordine) del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto ad uno stesso quadrato?

- A) $(3/2, 3)$ B) $(\pi, 4\pi)$ C) $(\sqrt{\pi}, \pi)$ D) (π, π^2) E) $(2/5, 3)$

9. Un numero (intero positivo) palindromo di tre cifre è della forma ABA , dove A può essere una cifra qualunque diversa da 0 e B una cifra qualunque (anche coincidente con A). Considera il più grande di tali numeri che sia anche un multiplo di 6: quanto vale la somma delle sue cifre?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

10. La figura mostra un quadrato $ABCD$ di centro O e un esagono regolare, uno dei cui lati è OC . Qual è la misura in gradi dell'angolo indicato con α ?



- A) 105 B) 110 C) 115
D) 120 E) 125

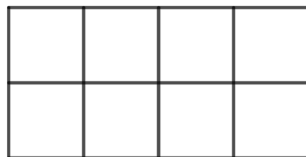
I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. La figura mostra sei carte su ciascuna delle quali è riportato uno dei numeri interi 1, 2, 3. Fra la seconda e la terza carta vi è un segno di prodotto, e così pure fra la quarta e la quinta. Il numero sulla carta più alta delle altre va interpretato come esponente per quello sulla carta che la precede: così, allo stato attuale, l'operazione indicata si leggerebbe $23 \times 1^1 \times 23 = 2024$, dunque l'uguaglianza sarebbe scorretta. Puoi muovere ogni singola carta solo in verticale, da base a esponente o viceversa. Qual è il minimo numero di carte muovendo le quali puoi rendere corretta l'uguaglianza?

$$\boxed{2} \boxed{3} \times \boxed{1} \boxed{1} \times \boxed{2} \boxed{3} = 2024$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. Vuoi riempire la griglia 2×4 in figura inserendo una delle quattro lettere A, B, C, D in ogni cella, in modo che in ogni riga e in ognuno dei tre quadrati 2×2 visualizzabili nella griglia compaiano tutte le quattro lettere. In quanti diversi modi puoi farlo?



- A) 12 B) 24 C) 48 D) 96 E) 198





13. Un cerchio bianco è sovrapposto a uno grigio che a sua volta è sovrapposto ad uno nero come indica la *figura 1*. Nella *figura 2* gli stessi tre cerchi appaiono mutuamente tangenti, il grigio e il bianco esternamente, ed entrambi internamente al nero. L'area della corona circolare nera che appare nella *figura 1* è 7 volte l'area del cerchio bianco. Qual è il rapporto fra l'area della corona circolare nera in *figura 1* e l'area della regione nera in *figura 2*?

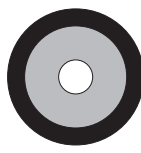


Fig 1

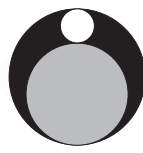


Fig 2

- A) 3 : 1 B) 4 : 3 C) 6 : 5 D) 7 : 6 E) 9 : 7

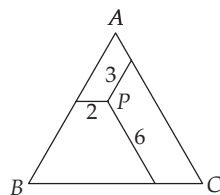
14. Considera la somma $S(n)$ degli n addendi

$$\frac{20}{24} + \frac{2020}{2424} + \frac{202020}{242424} + \dots + \frac{2020\dots20}{2424\dots24}$$

il k -esimo addendo, per ogni k da 1 a n , è il quoziente fra l'intero $2020\dots20$ e l'intero $2424\dots24$, nella scrittura dei quali rispettivamente 20 e 24 compaiono k volte. Qual è il più piccolo valore di n tale che si abbia $S(n) \geq 100$?

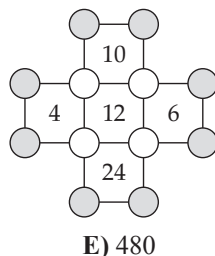
- A) 100 B) 112 C) 120 D) 144 E) Nessuno dei precedenti

15. In figura sono rappresentati un triangolo equilatero ABC e un punto P interno a esso. Da P sono tracciati, parallelamente ai lati, tre segmenti che hanno, ciascuno, il secondo estremo su un lato del triangolo. La figura indica anche le lunghezze dei tre segmenti. Quanto misura il perimetro del triangolo ABC ?



- A) 22 B) 26 C) 33
D) 39 E) 44

16. In ognuno dei 12 dischetti in figura era stato scritto un numero. Poi tutti i 12 numeri sono stati cancellati: ora in ognuno dei 5 quadrati che hanno i propri vertici coperti da altrettanti dischetti è stato riportato il prodotto dei numeri che erano stati scritti nei relativi dischetti. Quanto vale il prodotto dei numeri che erano stati scritti negli 8 dischetti esterni, quelli marcati in grigio?



- A) 20 B) 40 C) 80 D) 120 E) 480

17. Ci sono quattro scatole numerate da 1 a 4. Per $n = 1, 2, 3$, la scatola numerata con n contiene tanti gettoni quante sono le scatole che contengono n gettoni. La scatola numero 4 contiene tanti gettoni quanto è il numero delle scatole che non contengono gettoni. Quanti gettoni ci sono complessivamente nelle scatole?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. Ho accostato n^3 cubetti identici fra loro (con n numero intero positivo) e ho ottenuto un cubo grande. Poi ho dipinto la superficie esterna del cubo grande; infine ho scomposto di nuovo il cubo nei cubetti iniziali. Il numero di cubetti che presentano esattamente una faccia dipinta coincide con il numero di cubetti che non hanno alcuna faccia dipinta. Qual è il numero n ?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

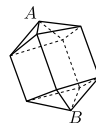
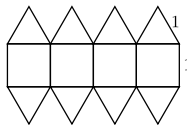




19. Cristina ha collocato 8 interi positivi, tutti diversi fra loro e scelti fra i primi 12, ciascuno in un vertice di un ottagono regolare in modo che, per ogni coppia di vertici adiacenti, la somma dei numeri che vi compaiono è risultata essere un multiplo di 3. Quale delle seguenti quaterne non contiene numeri che Cristina ha usato?

- A) 1, 5, 9, 12 B) 3, 5, 7, 9 C) 1, 2, 11, 12 D) 5, 6, 7, 8 E) 3, 6, 9, 12

20. La figura a sinistra ti mostra lo sviluppo piano del solido che compare nella figura a destra. Lo sviluppo è costituito dall'accostamento di quattro quadrati tutti di lato 1 cm con due quaterne di triangoli equilateri. Di quanti centimetri è la distanza dei vertici A e B del solido che sono indicati in figura?



- A) $\sqrt{5}$ B) $(1 + \sqrt{2})$ C) $5/2$ D) $(1 + \sqrt{3})$ E) $2\sqrt{2}$

JUNIOR

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Per un certo numero intero positivo n , Daria ha scritto la fattorizzazione in interi primi di $n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$: gli interi primi sono in ordine crescente e ognuno compare elevato al massimo esponente possibile.

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 43 \cdot 47$$

Due macchie hanno coperto alcuni degli interi primi e alcuni esponenti, in particolare l'esponente di 17. Quale è questo esponente?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. A giorni alterni, Carlo dice la verità o mente per l'intera giornata. In un certo giorno, Carlo ha fatto esattamente quattro delle seguenti affermazioni.

Quale non può avere fatto in quel giorno?

- A) Ho mentito ieri e mentirò domani.
 B) Sto dicendo la verità oggi e la dirò domani.
 C) 2024 è divisibile per 11.
 D) Ieri era mercoledì.
 E) Domani sarà sabato.

23. La somma S delle cifre di un numero intero positivo N è il triplo della somma delle cifre del numero $N + 1$. Qual è il valore minimo possibile per S ?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 27

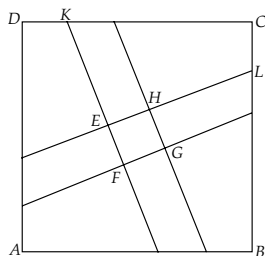
24. Giulia ha alcuni cubetti neri, alcuni grigi e alcuni bianchi, tutti della stessa taglia e ne vuole usare 27 per costruire un cubo $3 \times 3 \times 3$. Vuole anche che la superficie di questo cubo grande sia per un terzo nera, per un terzo grigia e per un terzo bianca. Se A e B sono rispettivamente il più piccolo e il più grande numero di cubetti neri che può usare per raggiungere lo scopo, quanto vale la differenza $B - A$?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 7 E) 9





25. In figura vedi un quadrato $ABCD$ di 5 cm di lato. Ognuno dei quattro segmenti che contiene, paralleli a coppie, ha estremi su lati opposti e lo ripartisce in due trapezi le cui aree sono in rapporto 2 : 3. Il segmento CL e il segmento DK sono entrambi lunghi 1 cm. Di quanti centimetri quadrati è l'area del quadrilatero $EFGH$?



- A) 25/29 B) 26/29 C) 24/29
D) 27/29 E) 28/29

26. Matilde è andata a fare una passeggiata. Per la prima metà del tempo totale impiegato ha camminato alla velocità di 2 km/h, poi su metà del percorso totale compiuto ha tenuto la velocità di 3 km/h e infine per il tempo rimanente a completare il percorso ha tenuto la velocità di 4 km/h. Per quale frazione del tempo totale impiegato ha tenuto la velocità di 4 km/h?

- A) 1/14 B) 1/12 C) 1/7 D) 1/5 E) 1/4

27. Considera l'insieme dei numeri interi da 1 a 25, estremi compresi. Ne vuoi togliere alcuni in modo da poter ripartire l'insieme dei rimanenti in due sottoinsiemi con questo vincolo: il prodotto dei numeri appartenenti a uno dei due deve coincidere con quello dei numeri appartenenti all'altro. Qual è il più piccolo numero di interi togliendo i quali puoi raggiungere lo scopo?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

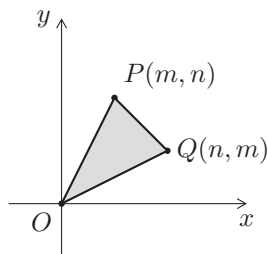
28. Su una circonferenza sono segnati 20 punti, vertici di un poligono regolare di 20 lati. Se per ogni coppia di questi punti si traccia la corda che li ha come estremi, quante delle corde tracciate hanno lunghezza superiore al raggio, ma inferiore al diametro, della circonferenza?

- A) 90 B) 100 C) 120 D) 140 E) 160

29. Si sa che vi sono n rette distinte nel piano e che una di esse interseca esattamente altre 5 rette, un'altra ne interseca esattamente 9, una terza ne interseca esattamente 11. Quale dei seguenti è il più piccolo valore possibile per n ?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

30. Siano m e n due interi positivi con $m < n$. Come illustrato dalla figura, rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali si considerino i tre punti $P \equiv (m, n)$, $Q \equiv (n, m)$ e $O \equiv (0, 0)$. Per quante coppie (m, n) l'area del triangolo OPQ vale 2024?



- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

