

Kangourou Italia
Gara del 16 marzo 2023
Categoria Student
Per studenti del triennio della
scuola secondaria di secondo grado



I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Qual è il valore di $\frac{7777^2}{5555 \times 2222}$?

- A) 1 B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{49}{10}$ D) $\frac{77}{110}$ E) 49

2. Lanciando 5 dadi tradizionali, Giulia totalizza 19 punti. Qual è il massimo numero di 6 che può aver realizzato?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

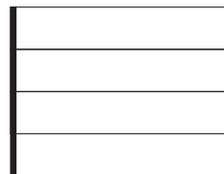
3. Quante soluzioni intere ha l'equazione

$$\sqrt{x^2 - 45} + \sqrt{50 - x^2} = x - 4 ?$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Emma ha pennarelli di 4 colori diversi. Vuole dipingere la bandiera rettangolare a tre strisce in figura in modo che ogni striscia sia tutta dello stesso colore e strisce adiacenti siano di colori diversi. In quanti modi distinti lo può fare?

- A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 64



5. Diciamo che un intero positivo n è "2-*primo*" se ammette esattamente 3 divisori distinti, precisamente 1, 2 e n stesso. Quanti sono gli interi 2-*primi*?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

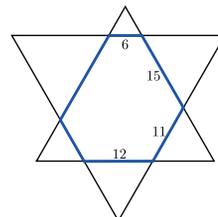
6. Quante coppie di interi positivi x e y soddisfano l'equazione

$$x + 2y = 2^{10} ?$$

- A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

7. Due triangoli equilateri sono parzialmente sovrapposti in modo da formare un esagono con i lati opposti a due a due paralleli. La lunghezza di quattro lati è nota, ed indicata in figura. Quanto vale il perimetro dell'esagono?

- A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72



STUDENT





8. Un quadrato di area 84 viene suddiviso in 4 quadrati e il quadrato nell'angolo in alto a sinistra viene dipinto di nero. Il quadrato nell'angolo in basso a destra viene a sua volta suddiviso in 4 quadrati, di cui quello nell'angolo in alto a sinistra viene dipinto di nero. Il processo viene ripetuto infinite volte. In totale, che area avrà la parte di quadrato che risulterà dipinta di nero?



- A) 24 $5^{(5^6)}$ B) 28 C) 31 D) 35 E) 42

9. Il numero 5^{5^5} può essere scritto come n^n per un intero n opportuno. Quanto vale n ?

- A) 5^{30} B) 5^6 C) 5^5 D) 30 E) 11

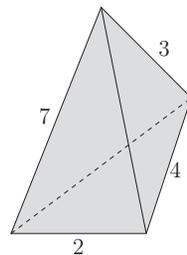
10. Qual è la cifra delle unità nel prodotto

$$(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)?$$

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Una piramide triangolare ha tutti gli spigoli di lunghezza intera. Quattro di queste lunghezze sono indicate nel diagramma. Qual è la somma delle lunghezze degli altri due spigoli?



STUDENT

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12
E) 13

12. Per un intero positivo n , il fattoriale di n , denotato con $n!$, è definito come il prodotto di tutti gli interi da 1 a n . Qual è la somma delle cifre di N se $N! = 6! \times 7!$?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 9

13. Qualunque sia la scelta del valore assegnato al parametro reale a , i grafici delle funzioni

$$y_a = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$$

passano tutti per uno stesso punto del piano cartesiano. Quanto vale la somma delle coordinate di tale punto?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 8
E) Nessuno dei valori precedenti.

14. Il valore della somma di cinque numeri assegnati, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , è S . Per ogni k , $1 \leq k \leq 5$, si ha $a_k = k + S$. Quanto vale S ?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) -15 D) 15

E) Nessuno dei valori precedenti.





15. Quante coppie di interi m ed n soddisfano la disuguaglianza

$$|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1?$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

16. 23 animali, tutti canguri o koala, sono allineati in una fila. Ognuno di essi ha almeno un vicino che è un canguro. Qual è il massimo numero di koala compatibile con questa disposizione?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

17. Qual è il più piccolo intero non negativo n tale che l'intervallo di estremi $(n + 8)/2$ e $(2n + 14)/3$, estremi inclusi, contenga almeno quattro numeri interi?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16

E) Nessuno dei precedenti.

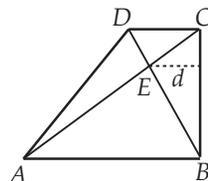
18. Quando sullo schermo di un computer appare un numero positivo (in notazione decimale), premendo un tasto opportuno a quel numero viene sommata la sua parte decimale: ad esempio, il numero 1,3 viene trasformato in 1,6. Da quanti diversi numeri si può partire se si vuole che, premendo consecutivamente il tasto non più di quattro volte, il risultato sia esattamente 10?

- A) 3 B) 7 C) 8 D) 12 E) 16

19. La figura mostra un trapezio rettangolo $ABCD$ la cui base AB misura 120 e la cui base CD misura 30. Sia E il punto in cui si intersecano le diagonali. Qual è la distanza di E dal lato BC ?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25

E) La misura dipende dalla distanza delle basi



20. Quanti diversi numeri interi positivi sono divisori di $2^{20} 3^{23}$, ma non sono divisori di $2^{10} 3^{20}$?

- A) 13 B) 30 C) 273 D) 400

E) Nessuno dei valori precedenti.

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Due funzioni reali di variabile reale, f e g , soddisfano, per ogni x reale, entrambe le uguaglianze

$$f(x) + 2g(1-x) = x^2 \quad \text{e} \quad f(1-x) - g(x) = x^2.$$

Qual è l'espressione della funzione f ?

A) $f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $f(x) = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$

C) $f(x) = -x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ D) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

E) Nessuna, una tale coppia di funzioni f e g non esiste.



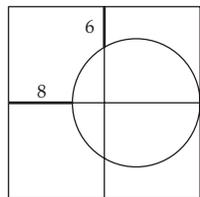


25. Una macchia d'inchiostro ha coperto parte della formula che assegna un polinomio di quinto grado, come mostrato in figura. È noto che il polinomio ha 5 radici e che tutte sono numeri interi, non necessariamente distinti. Qual è la più alta potenza di $x - 1$ che divide il polinomio?

$$x^5 - 11x^4 + \text{macchia} - 7$$

- A) $(x - 1)^1$ B) $(x - 1)^2$ C) $(x - 1)^3$ D) $(x - 1)^4$ E) $(x - 1)^5$

26. Gli assi dei lati di un quadrato lo dividono in quattro quadrati più piccoli. Nel quadrato è disegnato un cerchio tangente al quadrato nel punto medio di un lato. Il cerchio determina sugli assi dei lati i segmenti della lunghezza indicata in figura.



- Qual è la lunghezza del lato del quadrato?
 A) 18 B) 20 C) 24 D) 28
 E) 30

STUDENT

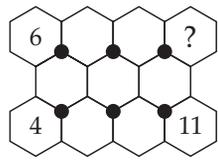
27. Qual è il più grande intero che divide tutti i numeri della forma

$$n^3 (n + 1)^3 (n + 2)^3 (n + 3)^3 (n + 4)^3,$$

al variare dell'intero strettamente positivo n ?

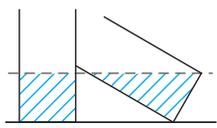
- A) $2^9 3^3$ B) $2^3 3^3 5^3$ C) $2^6 3^3 5^3$ D) $2^8 3^2 5^3$ E) $2^9 3^3 5^3$

28. In ognuno degli esagoni in figura va collocato un numero intero tra 1 e 11 in modo che tutti questi interi vengano impiegati e che non vari, al variare del pallino nero, la somma dei numeri nella terna di esagoni che circonda il pallino stesso. Tre dei numeri sono già stati collocati. Che numero dovrà comparire nell'esagono con il punto di domanda?



- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

29. Due identici serbatoi cilindrici contengono la stessa quantità d'acqua. Un cilindro è in posizione verticale mentre l'altro è obliquo, appoggiato al primo in posizione tale che il livello dell'acqua sia il medesimo in entrambi, il più basso che consente di coprire la base del serbatoio, come nella figura. La base di ciascun cilindro è un cerchio di area $3\pi \text{ m}^2$. Quanti metri cubi d'acqua contiene ciascun serbatoio?



- A) $3\sqrt{3}\pi$ B) 6π C) 9π D) $\frac{3}{4}\pi$
 E) Le informazioni non sono sufficienti per rispondere.



30. Il prodotto di sei interi consecutivi è un numero di 12 cifre della forma

$$abb\ cdd\ cdd\ abb,$$

dove le cifre a , b , c e d sono a loro volta, in ordine opportuno, cifre consecutive. Qual è il valore della cifra d ?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

STUDENT



C	C	B	D	B	A	D	B	C	E	C	A	E	B	B	D	E	E	C	C	A	B	B	E	D	A	E	E	C	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---