

Semifinale individuale Junior

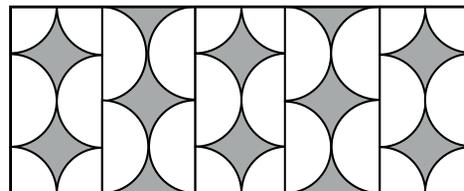
Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Clara ha scritto un numero intero di tre cifre, Dalia ha scritto il numero che ha le stesse cifre di quello di Clara, ma scritte in ordine opposto (cioè, nei due numeri, la cifra delle centinaia e quella delle unità sono scambiate fra loro, mentre quella delle decine è la stessa). Quale, fra quelli elencati nelle risposte, può essere la differenza fra il numero di Clara e quello di Dalia?

- A) 378 B) 295 C) 196 D) 495 E) 504

2. (Punti 3) In figura vedete una finestra decorata. Semicerchi e quarti di cerchio che vi compaiono non colorati hanno tutti lo stesso raggio. Della superficie dell'intera finestra, quale frazione è stata colorata? (Considerate di area nulla i tratti divisori e i bordi.)

- A) $\pi/4$ B) $(\pi - 3)/4$ C) $1 - \pi/4$ D) $(3\pi/4) - 1$
E) $(4 - \pi)/2$



3. (Punti 3) Quanti numeri interi positivi minori di 40 hanno la proprietà che la somma dei quadrati delle loro due cifre è essa stessa un quadrato perfetto? (I numeri vanno pensati comunque di due cifre, ad esempio 4 va pensato scritto come 04.)

- A) 1 B) 9 C) 12 D) 13 E) 14

4. (Punti 4) Il codice di una cassetta di sicurezza è un numero di quattro cifre. La somma delle ultime due è un numero primo di due cifre che, lette nell'ordine, sono le prime due cifre del codice. Disponendo soltanto di queste informazioni, quanti tentativi saranno necessari, al massimo, per aprire la cassetta?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

5. (Punti 4) Sono dati tre numeri interi ciascuno di tre cifre (cioè la prima cifra di ciascuno non può essere 0) che denotiamo con *TAP*, *BAT* e *CAD* dove ogni lettera rappresenta una cifra, lettere diverse cifre diverse. Qual è il più piccolo valore possibile per la somma di questi tre numeri?

- A) 600 B) 610 C) 615 D) 730 E) 732

6. (Punti 4) Il prodotto di 9 numeri interi scritti utilizzando esclusivamente le cifre 2 e/o 3 è un numero compreso fra 600 e 1200. Qual è la somma delle cifre di questo prodotto?

- A) 18 B) 21 C) 23 D) 25 E) Esiste più di una possibilità.

7. (Punti 5) Tre sfere di raggio 1 sono disposte nello spazio in modo che i loro centri formino un triangolo equilatero di lato 3. Qual è il maggior numero di parti nelle quali il complesso delle tre sfere può essere ripartito tagliando le sfere con due piani?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 12) 12

8. (Punti 5) Si sa che i tre numeri m , n e $(8^m \times 10^{2m}) / (5^{-m-n} \times 20^{3m})$ sono tutti interi e diversi da zero. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A) $m < 0, n > 0$ B) $m > 0, n > 0$ C) $m > 0, n < 0$ D) $m < 0, n < 0$ E) $m + n \geq 0$

9. (Punti 6) Un villaggio ha 5 case, ogni abitante vive in una di queste 5 case e in ognuna vive qualcuno. Tutti gli abitanti che vivono in 4 di esse dicono sempre la verità, tutti gli abitanti che vivono nella casa rimanente mentono sempre. Passando di casa in casa sono state raccolte le seguenti dichiarazioni:

Casa A: "In questa casa vivono 3 persone", "In questo villaggio vivono più di 17 persone".

Casa B: "In questa casa vivono 4 persone", "In questo villaggio vivono più di 21 persone".

Casa C: "In questa casa vivono 5 persone", "Il numero di persone che vivono in questo villaggio NON è 25".

Casa D: "In questa casa vivono 6 persone", "In questo villaggio vivono meno di 29 persone".

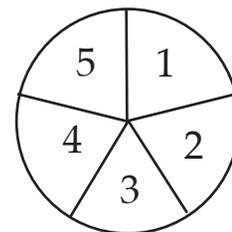
Casa E: "In questa casa vivono 7 persone", "In questo villaggio vivono meno di 33 persone".

In quale casa vivono i mentitori?

- A) Nella casa A. B) Nella casa B. C) Nella casa C. D) Nella casa D.
E) Nella casa E.

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Maurizio e Carlo hanno ciascuno una scatola di palline. Ogni pallina pesa un numero intero di grammi; in ognuna delle scatole, le palline hanno tutte lo stesso peso, ma quelle della scatola di Maurizio sono più leggere di quelle della scatola di Carlo. Moltiplicando il peso di una pallina di Maurizio per quello di una pallina di Carlo si ottiene 81; sommando i pesi di tutte le palline si ottiene 1001. Quanti grammi pesa ognuna delle palline di Maurizio?



11. (Punti 5) In ognuno dei cinque settori numerati nei quali è ripartito il cerchio in figura, va inserita una delle lettere A, B, C, D, E (lettere diverse per settori diversi), in modo che le lettere A e B non si trovino in settori adiacenti. In quanti diversi modi si può effettuare l'inserimento?

12. (Punti 5) Gaia gioca così. Scrive un numero intero n , poi lo moltiplica a caso o per 5 o per 6. Al prodotto somma a caso o 5 o 6. Alla somma sottrae a caso o 5 o 6. Se il risultato finale è 78, che numero è n ?

13. (Punti 6) È dato il numero 7 2 3 1 1 2 3 7 7 2 1 3 7 3 2 1: da esso si vuole eliminare esattamente una cifra e ottenere dall'allineamento di cifre rimanenti (una in meno di prima) un nuovo numero che risulti divisibile per 9. Vi sono diversi modi di farlo. Qual è la somma delle cifre che possono essere eliminate al variare dei modi possibili?

14. (Punti 6) Qual è il più piccolo intero primo $p > 2$ tale che il numero $p^3 + 7p^2$ sia un quadrato perfetto?

15. (Punti 6) Sia A la somma dei quadrati di tutti i numeri interi positivi da 1 a 2.023 inclusi e sia $B = (1 \times 3) + (2 \times 4) + (3 \times 5) + \dots + (2.022 \times 2.024)$.

Quanto vale $A - B$?

16. (Punti 7) Qual è il più piccolo numero reale k tale che la disuguaglianza

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 \leq k(x^4 + y^4 + z^4)$$

valga per ogni terna $\{x, y, z\}$ di numeri reali?

17. (Punti 7) Dall'insieme dei numeri interi tra 1 e 17, questi inclusi, si possono levare due numeri in modo che il loro prodotto coincida con la somma dei rimanenti e vi è un solo modo per farlo. Quanto vale tale prodotto?

18. (Punti 8) Gli angoli di un quadrato vengono smussati con archi circolari, tutti dello stesso raggio, come indica la figura; la parte rettilinea del bordo della nuova regione è lunga quanto la parte curva. Il rapporto fra il perimetro della nuova figura e il perimetro del quadrato originario è il numero $p/100$. Qual è l'intero più vicino a p ?

