



**Kangourou della Matematica 2022**  
**Coppa Ecolier a squadre**  
**Finale 2**  
**Cervia, 4 maggio 2022**



## Quesiti

### 1. I numeri $ABAB$

Quanti numeri di quattro cifre sono della forma  $ABAB$ , con la cifra  $A$  diversa dalla cifra  $B$ ?

### 2. 1011 volte la cifra 1

Il numero 2022 viene moltiplicato per il numero costituito da 1011 volte la cifra 1. Qual è la somma delle cifre del risultato?

### 3. Dalla nonna

Tre fratelli, Antonio, Bruno e Carlo, sono partiti insieme da casa per andare dalla nonna. Carlo ci è andato camminando e ha impiegato il doppio del tempo di Bruno, che ci è andato correndo; Bruno ha impiegato il doppio del tempo di Antonio, che ci è andato in bicicletta. Antonio è arrivato un'ora prima di Carlo. Quanti minuti ha impiegato Bruno da casa alla nonna?

### 4. La prima cifra va in coda

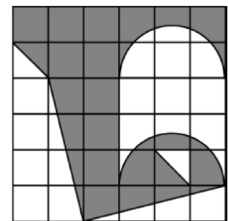
Simona scrive un numero intero di quattro cifre, poi leva la sua prima cifra e la sposta in coda al numero (ad esempio, se il numero scritto fosse 1023 otterrebbe 0231). Ora Simona somma i due numeri così ottenuti e si rende conto che il numero che aveva scritto all'inizio è il più grande che le consente di avere come somma dei due ancora un numero di quattro cifre. Che numero aveva scritto all'inizio?

### 5. I numeri di Sandro

Sandro ha scritto tutti i numeri di tre cifre tali che la cifra delle decine sia il doppio di quella delle unità e la somma delle tre cifre sia divisibile per 6. Qual è la somma di tutti i numeri scritti da Sandro?

### 6. Sergio il verniciatore

Sergio ha verniciato di grigio la parte del quadrato che vedi in figura, che è suddiviso in 36 quadratini. Con la stessa quantità di vernice, quanti quadratini completi avrebbe potuto verniciare?

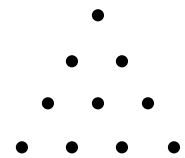


### 7. L'orologio

Un orologio digitale mostra l'ora in un formato del tipo  $AB:CD$ , da 00:00 a 23:59. Se sono appena scoccate le 10:01, occorre attendere 9 minuti prima che l'ora mostrata sia composta con le stesse cifre, in ordine diverso, e 9 minuti è in assoluto il minimo intervallo di tempo possibile perché ciò accada (ad esempio tra le 10:05 e il primo orario successivo composto con le stesse cifre, cioè le 10:50, l'intervallo è di 45 minuti, tra le 00:10 e le 01:00 è di 50 minuti). Di quanti minuti è il più piccolo intervallo di tempo possibile in assoluto che sia più grande di 9?

## 8. I puntini

Nella figura vedi 10 puntini disposti in questo modo: 1 nella prima riga, 2 nella seconda, 3 nella terza e 4 nella quarta. Un solo puntino è all'interno, gli altri 9 sono sul bordo. Aumentando le righe della figura e seguendo lo stesso criterio (ogni riga successiva un puntino in più), quando i puntini all'interno saranno 36, quanti saranno i puntini in totale?



## 9. Lo specchio

Su un muro appare il numero **2022** e di fronte al muro c'è uno specchio. Leggendo il numero visibile nello specchio e calcolando la differenza con quello visibile sul muro, che risultato si ottiene?

## 10. Il quoziente di 5 cifre

Il quoziente della divisione di 952.164 per 18 è un numero  $Q$  di 5 cifre. Basta scambiare due cifre del dividendo perché il quoziente nella divisione per 18 diminuisca di 1.500. Qual è il più piccolo numero di quattro cifre che si può scrivere utilizzando entrambe le cifre che sono state scambiate e solo esse?

## 11. La sottrazione

In questa sottrazione lettere diverse rappresentano cifre diverse:

$$\begin{array}{r} 7 Q 2 S T - \\ P 3 R 9 6 = \\ \hline 2 2 2 2 2 \end{array}$$

Quanto vale la somma di tutte le cifre che nell'operazione sono sostituite da lettere?

## 12. Gli allineamenti

Vogliamo allineare tutti i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in modo che non compaiano tutti in quest'ordine, ma che comunque 1 preceda 2, 2 preceda 3, 3 preceda 4, 4 preceda 5, 5 preceda 6 e 6 preceda 7. In quanti modi possiamo farlo? *Attenzione: 1 deve stare prima di 2 ma potrebbero esserci altri numeri tra i due; la stessa cosa per 2 e 3 e così via.*

## 13. Antonio, Biagio e Cristina

In questo momento Antonio e Cristina hanno lo stesso numero di euro, Biagio ne ha 2.022. Se Antonio e Biagio dessero a Cristina ciascuno la metà dei propri euro, Cristina triplicherebbe il numero di euro che ha in questo momento. Quanti euro ha Antonio in questo momento?

## 14. 1.000 monete per 6 sacchetti

1.000 monete sono distribuite in 6 sacchetti. Ogni sacchetto contiene almeno una moneta. Il primo contiene il triplo delle monete del secondo che a sua volta contiene il doppio delle monete del terzo. Quante monete possono esserci al massimo nel terzo sacchetto?

## 15. Le somme che danno 40

In quanti modi diversi il numero 40 può essere scritto come somma di due numeri interi dispari e di uno pari? (*Attenzione: il numero 0 non va considerato come addendo e due somme in cui gli addendi siano gli stessi, ma in ordine diverso, vanno considerate come un modo solo.*)



Kangourou della Matematica 2022  
Coppa Ecolier a squadre  
Finale 2  
Cervia, 4 maggio 2022



## Quesiti e soluzioni

### 1. I numeri $ABAB$

Quanti numeri di quattro cifre sono della forma  $ABAB$ , con la cifra  $A$  diversa dalla cifra  $B$ ?

**Risposta: 0081.**

**Sol.** Per la cifra  $A$  ci sono 9 possibilità perché occorre scartare la cifra 0. Anche per la cifra  $B$  le possibilità sono solo 9, perché ora la cifra 0 è accettabile, ma occorre scartare la cifra usata per  $A$ .

### 2. 1011 volte la cifra 1

Il numero 2022 viene moltiplicato per il numero costituito da 1011 volte la cifra 1. Qual è la somma delle cifre del risultato?

**Risposta: 6066.**

**Sol.** Pensando di eseguire la moltiplicazione nel modo tradizionale, con 2022 primo fattore, poiché non si hanno riporti si ottiene che le ultime tre cifre sono (nell'ordine da sinistra a destra) 442 e sono precedute da  $1011 - 3 = 1008$  cifre 6, mentre le prime tre cifre sono (nell'ordine da sinistra a destra) 224.

### 3. Dalla nonna

Tre fratelli, Antonio, Bruno e Carlo, sono partiti insieme da casa per andare dalla nonna. Carlo ci è andato camminando e ha impiegato il doppio del tempo di Bruno, che ci è andato correndo; Bruno ha impiegato il doppio del tempo di Antonio, che ci è andato in bicicletta. Antonio è arrivato un'ora prima di Carlo. Quanti minuti ha impiegato Bruno da casa alla nonna?

**Risposta: 0040.**

**Sol.** Carlo ha impiegato 4 volte il tempo di Antonio, dunque 1 ora = 60 minuti sono tre volte il tempo di Antonio.

### 4. La prima cifra va in coda

Simona scrive un numero intero di quattro cifre, poi leva la sua prima cifra e la sposta in coda al numero (ad esempio, se il numero scritto fosse 1023 otterrebbe 0231). Ora Simona somma i due numeri così ottenuti e si rende conto che il numero che aveva scritto all'inizio è il più grande che le consente di avere come somma dei due ancora un numero di quattro cifre. Che numero aveva scritto all'inizio?

**Risposta: 9090.**

**Sol.** Il più grande numero di quattro cifre è 9999: si può tentare di vedere se sia ottenibile nel modo descritto. In effetti lo è e, se si vuole massimizzare il primo numero, questo può essere 9090, ma non superiore: infatti, potendo iniziare con 9, per fornire una somma di quattro cifre la seconda cifra deve essere 0; facilmente si completa con le altre due.

**5. I numeri di Sandro**

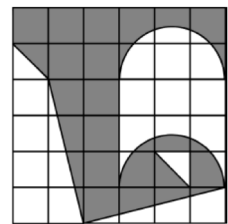
Sandro ha scritto tutti i numeri di tre cifre tali che la cifra delle decine sia il doppio di quella delle unità e la somma delle tre cifre sia divisibile per 6. Qual è la somma di tutti i numeri scritti da Sandro?

**Risposta: 4494.**

**Sol.** I numeri scritti da Sandro possono terminare con 00 o 21 o 42 o 63 o 84; che forniscono rispettivamente 600, 321, 921, 642, 363, 963, 684.

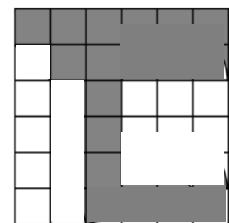
**6. Sergio il verniciatore**

Sergio ha verniciato di grigio la parte del quadrato che vedi in figura, che è suddiviso in 25 quadratini. Con la stessa quantità di vernice, quanti quadratini completi avrebbe potuto verniciare?



**Risposta: 0018.**

**Sol.** Scambiando il colore di due triangoli piccoli (metà di un quadratino), di due triangoli più grandi (metà di un rettangolo formato accostando tre quadratini) e dei due semicerchi (dopo il primo scambio ora uno è interamente grigio), si ottiene la figura seguente, che richiede dunque la stessa quantità di vernice.



**7. L'orologio**

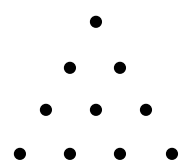
Un orologio digitale mostra l'ora in un formato del tipo  $AB:CD$ , da 00:00 a 23:59. Se sono appena scoccate le 10:01, occorre attendere 9 minuti prima che l'ora mostrata sia composta con le stesse cifre, in ordine diverso, e 9 minuti è in assoluto il minimo intervallo di tempo possibile perché ciò accada (ad esempio tra le 10:05 e il primo orario successivo composto con le stesse cifre, cioè le 10:50, l'intervallo è di 45 minuti, tra le 00:10 e le 01:00 è di 50 minuti). Di quanti minuti è il più piccolo intervallo di tempo possibile in assoluto che sia più grande di 9?

**Risposta: 0014.**

**Sol.** Se le cifre delle ore rimangono inalterate e nello stesso ordine, il secondo minimo intervallo è di 18 minuti. È però permesso lo scambio anche con le cifre delle ore: in questo caso si scende a 14 minuti, tra le 00:51 e le 01:05. È chiaro che sotto non si può scendere.

**8. I puntini**

Nella figura vedi 10 puntini disposti in questo modo: 1 nella prima riga, 2 nella seconda, 3 nella terza e 4 nella quarta. Un solo puntino è all'interno, gli altri 9 sono sul bordo. Aumentando le righe della figura e seguendo lo stesso criterio (ogni riga successiva un puntino in più), quando i puntini all'interno saranno 36, quanti saranno i puntini in totale?



**Risposta: 0066.**

**Sol.** Il “triangolo” formato con 36 puntini ha 8 righe. Se deve essere il più grande tutto all’interno di un altro triangolo, in questo nuovo triangolo l’ottava riga deve essere aumentata di un puntino per parte, dunque l’ultima riga di questo nuovo triangolo deve avere 11 puntini, che porta a  $11 + 10 + 9 = 30$  il numero di puntini sul bordo.

## 9. Lo specchio

Su un muro appare il numero **2022** e di fronte al muro c’è uno specchio. Leggendo il numero visibile nello specchio e calcolando la differenza con quello visibile sul muro, che risultato si ottiene?

**Risposta: 3483.**

**Sol.** Il numero che si legge nello specchio è 5505 (basta osservare il retro del foglio in controluce).

## 10. Il quoziente di 5 cifre

Il quoziente della divisione di 952.164 per 18 è un numero  $Q$  di 5 cifre. Basta scambiare due cifre del dividendo perché il quoziente nella divisione per 18 diminuisca di 1.500. Qual è il più piccolo numero di quattro cifre che si può scrivere utilizzando entrambe le cifre che sono state scambiate e solo esse?

**Risposta: 2225.**

**Sol.** La maniera più semplice è sottrarre a  $18Q$  il numero  $1500 \times 18 = 27.000$ . Si ottiene 925.164.

## 11. La sottrazione

In questa sottrazione lettere diverse rappresentano cifre diverse:

$$\begin{array}{r} 7 Q 2 S T - \\ P 3 R 9 6 = \\ \hline 2 2 2 2 2 \end{array}$$

Quanto vale la somma di tutte le cifre che nell’operazione sono sostituite da lettere?

**Risp. 0029.**

**Sol.**  $T = 6 + 2 = 8$ ;  $S = 9 + 2 - 10 = 1$ ;  $R + 2 = 2 - 1 + 10$ , cioè  $R = 9$ ;  $Q = 3 + 1 + 2 = 6$ ;  $P = 7 - 2 = 5$ .

## 12. Gli allineamenti

Vogliamo allineare tutti i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in modo che non compaiano tutti in quest’ordine, ma che comunque 1 preceda 2, 2 preceda 3, 3 preceda 4, 4 preceda 5, 5 preceda 6 e 6 preceda 7. In quanti modi possiamo farlo? *Attenzione: 1 deve stare prima di 2 ma potrebbero esserci altri numeri tra i due; la stessa cosa per 2 e 3 e così via.*

**Risposta: 0071.**

**Sol.** Bisogna spostare il numero 8 e/o il numero 9: posso premettere 8 a ciascuno dei numeri da 1 a 7 e corrispondentemente 9 può essere premesso o messo dopo ciascuno degli 8 numeri scritti: 9 posizioni di 9 per ogni scelta delle 7 posizioni di 8. Se invece 8 rimane dopo 7, le scelte possibili per le posizioni di 9 sono solo 8.

### 13. Antonio, Biagio e Cristina

In questo momento Antonio e Cristina hanno lo stesso numero di euro, Biagio ne ha 2.022. Se Antonio e Biagio dessero a Cristina ciascuno la metà dei propri euro, Cristina triplicherebbe il numero di euro che ha in questo momento. Quanti euro ha Antonio in questo momento?

**Risposta: 0674.**

**Sol.** Il doppio degli euro di Antonio (Cristina) è uguale a 1.011 più la metà degli euro di Antonio: allora 1.011 è una volta e mezzo il numero degli euro di Antonio, che dunque sono il doppio di  $1.011 : 3$ .

### 14. 1.000 monete per 6 sacchetti

1.000 monete sono distribuite in 6 sacchetti. Ogni sacchetto contiene almeno una moneta. Il primo contiene il triplo delle monete del secondo che a sua volta contiene il doppio delle monete del terzo. Quante monete possono esserci al massimo nel terzo sacchetto?

**Risposta: 0110.**

**Sol.** Il numero di monete contenute nei primi 3 sacchetti deve essere divisibile per 9 e il terzo ne contiene esattamente  $1/9$ . Il minimo numero di monete che può essere contenuto nel complesso dei restanti tre sacchetti è 3. Il più grande multiplo di 9 che è inferiore di almeno 3 a 1.000 è 990.

**Oppure:**

Nei sacchetti dal primo al terzo possono stare complessivamente al massimo 997 monete (dato che nei restanti tre ne deve stare almeno una). Ora, se nel terzo sacchetto ci fosse una moneta, nel secondo ce ne sarebbero 2 e nel primo ce ne sarebbero 6: in tutto 9. Da 997 posso togliere 110 gruppi di 9 monete. Quindi il numero di monete nel 3° sacchetto è 110.

### 15. Le somme che danno 40

In quanti modi diversi il numero 40 può essere scritto come somma di due numeri interi dispari e di uno pari? (*Attenzione: il numero 0 non va considerato come addendo e due somme in cui gli addendi siano gli stessi, ma in ordine diverso, vanno considerate come un modo solo.*)

**Risposta: 0100.**

**Sol.** Per ciascun numero pari compreso tra 2 a 38 inclusi, chiamiamolo  $A$ , i modi di ottenere  $40 - A$  sommando due addendi dispari sono  $(40 - A) / 4$  se  $A$  è multiplo di 4, sono  $(40 - A + 2) / 4$  se  $A$  non è multiplo di 4. In totale dunque i modi sono tanti quanti la somma  $10 + 9 + 9 + 8 + 8 + \dots + 1 + 1 = 100$ .