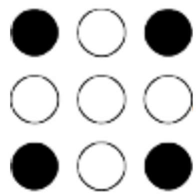
**Kangourou della Matematica 2022**
**finale nazionale italiana**
**Cervia, 24 settembre 2022**

## *LIVELLO ECOLIER*

Tutte le risposte devono essere giustificate



**E1.** (*5 punti* ) Su un tavolo ci sono 9 gettoni, colorati di bianco su una faccia e di nero sull'altra. I gettoni sono disposti a quadrato su tre file e mostrano le loro facce come indica la figura. Un gioco consiste nel tentare di ottenere che tutti i gettoni mostrino le facce dello stesso colore, bianco o nero, eseguendo solo mosse che consistono nel capovolgere tutti i tre gettoni di una stessa riga o di una stessa colonna o di una stessa diagonale, potendo scegliere da mossa a mossa. Qual è il più piccolo numero di mosse che consente di terminare il gioco?

**Risposta: 2.**
**Svolgimento.** Chiaramente una mossa non basta, ma due bastano: si possono capovolgere prima i gettoni di una delle due diagonali, ottenendo un gettone con la faccia nera al centro, e poi capovolgere quelli dell'altra diagonale dove sono rimasti gli unici gettoni con la faccia nera.

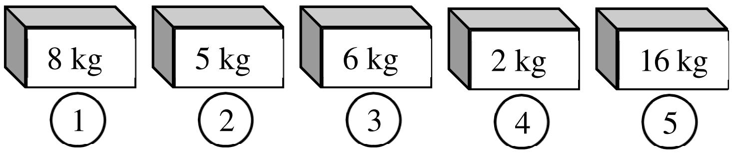
**E2.** (*7 punti* ) Un fiume è attraversato da un ponte $A$ e da un ponte $B$ e il fiume scorre da $A$ verso $B$. Stefano entra nel fiume in corrispondenza del ponte $A$ e si lascia trasportare passivamente dalla corrente fino al ponte $B$, che raggiunge in 6 minuti; poi dal ponte $B$, nuotando contro-corrente, raggiunge il ponte $A$, ancora in 6 minuti. Se Stefano nuotasse dal ponte $A$ al ponte $B$ consumando la stessa energia utilizzata nel suo tragitto contro-corrente, quanto impiegherebbe per raggiungere il ponte $B$ partendo dal ponte $A$?

**Risposta: 2 minuti.**
**Svolgimento.** L'energia necessaria a rimanere fermi nel fiume è identica a quella che sarebbe necessaria per muoversi alla velocità della corrente se la corrente non ci fosse. Allora Stefano, con l'aiuto della corrente, si sposta ad una velocità che è tre volte quella della corrente.

**E3.** (*11 punti* ) A una gara di marcia campestre partecipano tre studenti per ogni classe della scuola. Nella classifica finale, Sara risulta esattamente a metà classifica (cioè vi è lo stesso numero di partecipanti che la precedono e che la seguono), mentre Gino la segue al 19-esimo posto e Pino la segue al 28-esimo posto. Sapendo che non ci sono stati pari-merito, quale posto occupa Sara?

**Risposta: il 17-esimo.**
**Svolgimento.** Il numero di partecipanti è dispari (solo così è possibile che ci sia lo stesso numero di partecipanti che precedono e seguono Sara nella classifica); è multiplo di 3 (visto che ogni classe partecipa con 3 studenti) ed è maggiore di 28. Il primo numero con queste caratteristiche è 33 e in questo caso Sara risulta 17-esima. D'altro canto i partecipanti non possono essere 39 o più perché in questo caso la posizione di metà classifica sarebbe almeno la 20-esima e Gino avrebbe preceduto Sara.

**E4.** (*14 punti* ) Un fruttivendolo vende solo mele, banane e arance. Ha ricevuto l'ordine di comporre 5 cassette, nessuna delle quali contenga sia mele sia banane. Ha usato complessivamente 4 arance, ciascuna del peso di due etti e mezzo; il peso complessivo delle mele che ha usato è tre volte quello delle banane che ha usato.
Ecco il peso del contenuto delle 5 cassette:




Quale o quali cassette contengono banane?

**Risposta: la 1 e la 4.**
**Svolgimento.** La somma dei pesi (in chili) dei contenuti è 37: le arance pesano insieme 1 chilo, dunque mele e banane pesano insieme 36 chili, di cui 9 sono di banane. La somma dei pesi contenuti nelle cassette con le banane deve variare dunque fra 9 e 10. L'unica possibilità è allora che le banane siano nelle cassette 1 e 4 (una delle quali deve contenere anche tutte e quattro le arance).

**E5.** (*18 punti* ) Giulia ha calcolato senza sbagliare quante domeniche possono esserci complessivamente in tre mesi consecutivi. Quali sono i possibili risultati che ha ottenuto?

**Risposta: 12 o 13 o 14.**
**Svolgimento.** Il minor numero possibile di giorni in tre mesi consecutivi è 28 + 31 + 30 (feb., mar., apr.) = 89 che, diviso per 7, dà 12 con resto 5. Allora devono esserci almeno 12 settimane complete, dunque almeno 12 domeniche. Possono essercene effettivamente solo 12, ad esempio se il primo febbraio è un lunedì; possono essercene 13, ad esempio se il primo febbraio è domenica.
Il maggior numero possibile di giorni in tre mesi consecutivi è 31 + 31 + 30 (ad esempio lug., ago., set.) = 92. In questo caso possono esserci 14 domeniche, ad esempio se il primo luglio è domenica. Non è possibile che ce ne siano 15, perché occorrerebbero almeno 14 settimane complete più un giorno, dunque 99 giorni. Le conclusioni non cambiano anche supponendo che i tre mesi non siano tutti nello stesso anno.

**E6.** (*22 punti* ) 10 ciclisti terminano una gara con tempi di arrivo tutti diversi fra loro. Dopo qualche tempo, un giornalista chiede a ciascuno di loro di comunicargli il proprio ordine di arrivo in quella gara, ovviamente con un numero compreso fra 1 e 10. Il giornalista somma le risposte fornitegli ed ottiene 36. Ne deduce che certamente alcuni hanno mentito: quanti, almeno?

**Risposta: 3.**
**Svolgimento.** Se nessuno avesse mentito, la somma delle risposte sarebbe stata 55. Sommando addendi diversi non superiori a 10, l'unico modo di ottenere 55 – 36 = 19 con due addendi è 10 + 9. Se avessero mentito solo in due, dovrebbero essere allora gli ultimi due classificati, che avrebbero dovuto comunque dichiarare almeno 1: impossibile perché la somma dei primi 8 interi è proprio 36. Allora hanno mentito almeno in tre: ad esempio avrebbero potuto essere gli ultimi tre dichiarando 2, 3 e 3, addendi che sommati a 28 (la somma dei primi 7 interi) danno appunto 36.