Kangourou della Matematica

Semifinale individuale

21 maggio 2021

JUNIOR

Quesiti a risposta chiusa

1. **(2 punti)** Di ritorno da un'escursione, Anna, Bob, Carla e Doris devono attraversare un fiume su un ponte tibetano, su cui possono transitare al massimo due persone alla volta; è buio e quindi per l'attraversamento è necessaria una pila, ma ne hanno una sola che può bastare per due persone e non se la possono lanciare da una parte all'altra del fiume. Quanti minuti impiegheranno al minimo per passare tutti sull'altra riva se per l'attraversamento Anna impiega 8 minuti, Bob 7, Carla 5 e Doris 4 e, ovviamente, se due amici attraversano insieme, lo fanno alla velocità del più lento?

A) 24 **B)** 27 **C)** 28 **D)** 29 **E)** 32

2. **(3 punti)** Se delle seguenti tre affermazioni

a) "Lisa ha più di 2021 euro"
b) "Lisa ha meno di 2021 euro"
c) "Lisa ha almeno 1 euro"

una e una sola è vera, quale delle seguenti affermazioni è sicuramente falsa?

A) Lisa ha 2021 euro. **B)** Lisa non ha alcun euro. **C)** Lisa ha 1000 euro.
D) L'affermazione ***c)*** è falsa. **E)** L'affermazione ***c)*** è quella vera.

3. **(3 punti)** A Carlo piace correre, a Sandro piace andare in bicicletta. Vogliono allenarsi sulla stessa strada, lunga 1,5 km: Sandro parte all'inizio della strada, Carlo 1 km più avanti. Partono nello stesso istante, vanno nella stessa direzione e ciascuno si muove a velocità costante. Se Sandro non sorpassa Carlo, quanto vale al massimo il rapporto tra la velocità di Sandro e quella di Carlo?

A) 3 **B)** 2 **C)** 1,75 **D)** 1,7 **E)** 1,5

4. **(4 punti)** Quanto vale la cifra delle unità della somma $2 + 5 + 8 + ... + 2021$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

5. **(4 punti)** Giulio vuol scrivere 2021 come somma di cinque numeri interi positivi che non abbiano cifre diverse da 3 e da 5. Quante cifre 3 ci sono complessivamente nei cinque numeri?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

6. **(4 punti)** Considera l'insieme $S = \{1, 2, 3, ..., 29, 30\}$. Denota con K un sottoinsieme $\{a, b, c\}$ di tre elementi diversi di S. Quanti sottoinsiemi K di S sono tali che $a + b + c$ sia un quadrato perfetto, si abbia $b = a + 1$ e si abbia $c = b + 1$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

7. (5 punti) Denotiamo con A_n l'area della corona circolare delimitata dalle due circonferenze inscritta e circoscritta a un poligono regolare di *n* lati, ciascuno di lunghezza 1.
Quanto vale la differenza $A_{2021} - A_{2020}$?

A) $\frac{\pi}{2021^2}$ **B)** $\frac{\pi}{2020^2}$ **C)** $\frac{\pi}{2021}$ **D)** $\frac{\pi}{2020}$ **E)** 0

8. (5 punti) Pietro ha arrotondato alle decine tutti i numeri interi positivi minori di 10000, poi ha arrotondato i numeri ottenuti alle centinaia e infine ha arrotondato gli ultimi risultati alle migliaia. Invece Paolo ha arrotondato direttamente alle migliaia tutti i numeri interi positivi minori di 10000. Per quanti dei numeri interi di partenza i due ragazzi ottengono risultati finali diversi? *L'arrotondamento va inteso nel senso usuale: ad esempio, per l'arrotondamento alle decine, 10 e 13 vengono arrotondati a 10, 15 e 17 a 20.*

A) 0 **B)** 55 **C)** 110 **D)** 550 **E)** 1100

9. (6 punti) Usando strumenti di alta precisione, da un unico quadrato di 10 cm di lato si possono ritagliare alcuni cerchi tali che, sommati i loro diametri in centimetri, si ottenga

***i*)** 20. ***j*)** 15. ***h*)** 10 π. ***k*)** 2021.

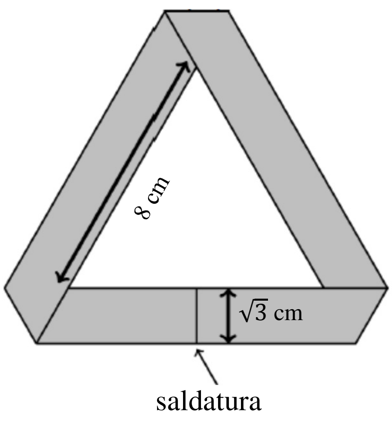
Quale delle precedenti affermazioni è falsa?

A) La ***i***). **B)** La ***j***). **C)** La ***h***). **D)** La ***k***). **E)** Nessuna.

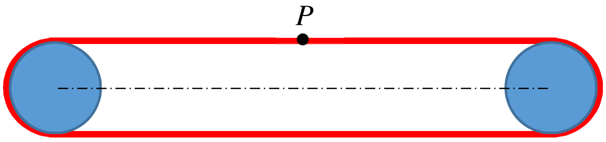
Quesiti a risposta aperta

10. (4 punti) Una pizza è stata tagliata in meno di 10 fette tutte della stessa misura. Marco ne ha mangiate alcune: in totale più di $\frac{2}{3}$ ma meno di $\frac{3}{4}$ dell'intera pizza. Quante fette ha mangiato?

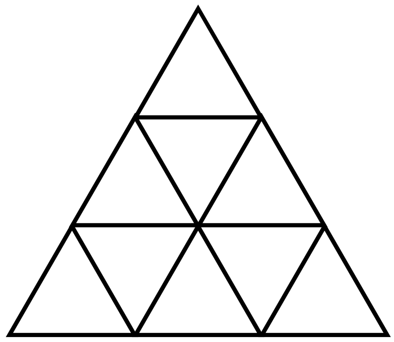
11. (5 punti) Una striscia di carta rettangolare è ripiegata in modo da ottenere la forma esagonale in figura, che contorna un triangolo equilatero di lato 8 cm (rimanendovi aderente); i lati corti della striscia si saldano nel punto mostrato. Il lato corto della striscia misura $\sqrt{3}$ cm. Quanti centimetri è lunga la striscia?



12. **(5 punti)** La figura schematizza la fiancata di un mezzo cingolato le cui ruote hanno un raggio di $1/\pi$ metri con distanza dei centri di 3 metri. La parte inferiore del cingolo è a contatto con un terreno piano regolare e P denota il punto a metà della parte attualmente superiore del cingolo. Se il mezzo avanza di 20 centimetri, di quanti centimetri avanza, rispetto al terreno, il punto P?



13. **(6 punti)** Un triangolo equilatero di lato n =100 è ripartito in triangoli equilateri di lato 1 secondo lo schema che ti suggerisce la figura, in cui è rappresentato il caso n = 3. Immagina che ogni triangolo piccolo rappresenti una stanza e che, in ogni suo muro condiviso con una stanza adiacente, ci sia una porta. Scegliendo opportunamente la stanza da cui partire, qual è il massimo numero di stanze che puoi visitare se puoi passare una sola volta da ogni stanza che visiti?



14. **(6 punti)** Abbiamo 90 gettoni, metà dei quali neri e l'altra metà bianchi. Vogliamo allinearli in modo che i blocchi di gettoni bianchi consecutivi siano quanti più possibili e che nessuna coppia di questi blocchi abbia lo stesso numero di gettoni. Qual è il numero di gettoni nel blocco più grande possibile di gettoni neri consecutivi?

15. **(6 punti)** Utilizzando solo le cifre 0 e 1, Tommaso costruisce un allineamento di più di cinque cifre che inizia con 1001 e rispetta queste condizioni:

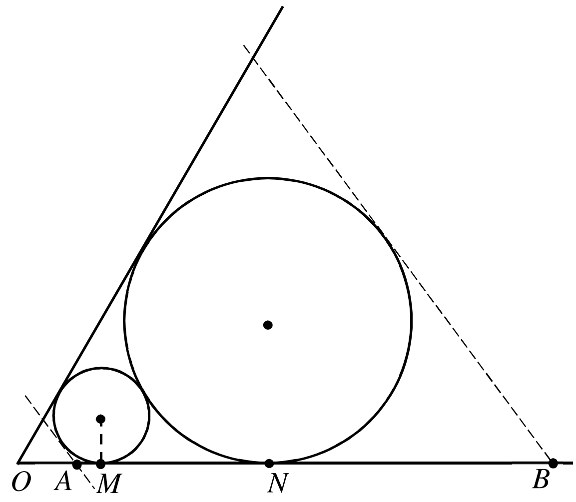
- ***a)*** non ci sono due blocchi identici di cinque cifre consecutive, disgiunti o parzialmente sovrapponentisi;
- ***b)*** l'allineamento termina quando non è possibile aggiungere alcuna delle due cifre senza violare la condizione ***a)***.

Quali sono le ultime quattro cifre dell'allineamento di Tommaso? *Scrivi 9999 se ritieni che non siano univocamente determinate*.

16. **(7 punti)** Se moltiplichi tra loro tutti i numeri interi positivi di 5 cifre non divisibili per 5 e dividi per 5 il risultato, che resto ottieni?

17. **(7 punti)** Quanti sono i numeri primi della forma $\frac{m^2+m+1}{n}$ dove m e n sono numeri interi positivi? (*Scrivi 9999 se ritieni che siano infiniti*).

18. (8 punti) La figura mostra due circonferenze esternamente tangenti inserite in un angolo di 60° ed entrambe tangenti alle semirette che delimitano l'angolo: M e N sono i due punti di tangenza alla semiretta orizzontale. Le rette per A e per B sono parallele e tangenti rispettivamente alla circonferenza piccola e alla grande. Il raggio della circonferenza piccola è $\sqrt{12}$. Se AM è lungo 3, quanto è lungo AB?



Risposte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	A	B	B	D	E	D	E	0005	0033	0040	9901	0038	1001	0001	9999	0027