

Kangourou della Matematica 2020

Coppa Ecolier a squadre

Finale

Online - 18 maggio 2020



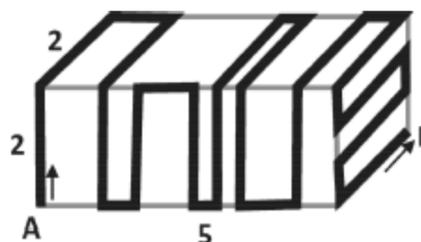
Quesiti

1. Due sole cifre

Tra quanti anni a partire dal 2020, per la prima volta, il numero che denota l'anno sarà di nuovo composto utilizzando due sole cifre, ciascuna due volte?

2. Sulla scatola

In figura vedete una scatola: i suoi spigoli misurano 2 decimetri, ancora 2 decimetri e 5 decimetri. Una formica è partita dal punto A della scatola e ha raggiunto il punto B seguendo sulla superficie il tragitto evidenziato in grassetto. Quanti decimetri è lungo questo tragitto?



3. I gradini

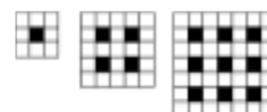
Per entrare nella casa di Pietro ci sono 8 gradini. Quando ha fretta Pietro fa una parte dei gradini (o anche tutti) a due a due. Per esempio egli può salire le scale secondo questi schemi

1, 1, 2, 2, 1, 1 o 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1 o 2, 2, 2, 2.

Secondo quanti schemi diversi Pietro può salire le scale, a seconda di quanta fretta ha (eventualmente nessuna)?

4. Quadratini bianchi

La figura ti mostra in successione tre quadrati, ognuno ottenuto accostando in modo alternato quadratini bianchi o neri; il bordo di ciascuno è costituito da quadratini bianchi. Il secondo quadrato è il più piccolo dopo il primo che rispetta questa regola e il terzo è il più piccolo dopo il secondo. Se prosegui nella costruzione di questi quadrati, rispettando questi criteri, quanti quadratini bianchi ci saranno nel decimo quadrato?



5. Con somma 546

In quanti modi posso scrivere 546 come somma di un numero di tre cifre e di uno di due cifre, entrambi multipli di 3?

6. L'età di Alda

Alda e i suoi figli, Betta e Carlo, compiono gli anni nello stesso giorno. Quest'anno tutti insieme hanno compiuto 45 anni. Si sa che Betta ha un numero di mesi uguale al numero di anni della mamma e che l'età di Carlo è doppia di quella di Betta. Quanti anni ha Alda?

7. Gli euro di Marta

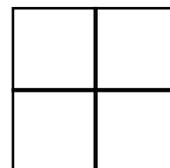
Marta conta i suoi risparmi: ha venti banconote di 4 valori diversi. Ha una sola banconota da 50 €, mentre le banconote da 10 € e da 5 € sono in numero uguale ma inferiore a quello delle banconote da 20 €. Quanti euro possiede al massimo Marta?

8. Il codice

Diana ha chiuso la sua valigia con un lucchetto a codice. Il codice è il più grande numero di quattro cifre composto solo da cifre pari, tale che la somma delle cifre sia il prodotto del giorno e mese di nascita di Diana. Diana è nata il 4 giugno: quale codice ha usato?

9. 55 quadrati

La figura che vedete è ottenuta disponendo in modo opportuno 6 segmenti, tutti della stessa lunghezza. In essa potete vedere 5 quadrati in tutto, quattro uguali e uno grande che li raccoglie. Volendo realizzare una figura nella quale si vedano 55 quadrati in tutto, qual è il minimo numero di segmenti, tutti della stessa lunghezza, che basterà accostare?



10. Il contratto

In un tempo lontano un allevatore aveva assunto un mandriano con questo contratto: per un anno di lavoro gli avrebbe dato 1200 talleri e un paiolo di rame. Ma dopo sette mesi il mandriano decise di andarsene e l'allevatore, rispettando il valore del contratto, gli pagò 500 talleri e un paiolo di rame. Quanti talleri valeva il paiolo?

11. I numeri scambiati

Silvia voleva costruire un quadrato magico 4x4 usando tutti i numeri da 1 a 16. In un quadrato magico devono essere uguali le somme dei numeri di ciascuna riga, così come le somme dei numeri di ogni colonna; ma Silvia, per errore, ha inserito due numeri scambiandone la posizione e il risultato è quello che vedete in figura. Qual è la somma dei due numeri scambiati?

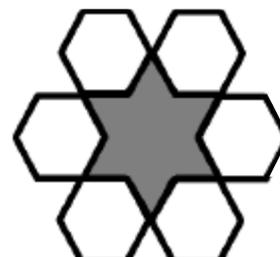
1	12	7	14
8	13	2	10
11	3	16	5
15	6	9	4

12. Tre cifre uguali

Quanti sono i numeri interi di quattro cifre che hanno almeno tre cifre uguali e la cui cifra delle migliaia è 1?

13. La stella

Tutti gli esagoni bianchi che vedi in figura sono uguali e ciascuno di essi ha area 24 cm^2 . Qual è l'area (in centimetri quadrati) della stella grigia al centro? *Se non sapete che cosa è l'area di una figura pensatela come la quantità di vernice che servirebbe per riempire tutta la figura.*



14. I gettoni di Alessio

Alessio ha meno di 200 gettoni, tutti uguali. Se li raccoglie a gruppi di 5 gli rimane un gettone; se li raccoglie a gruppi di 9 gliene restano 2; se li raccoglie a gruppi di 7 gliene rimangono 3. Quanti gettoni ha Alessio?

15. Il traghetto magico

Il traghetto che permette di passare da una sponda all'altra dello Stretto Avido è magico: alla fine di ogni viaggio ciascun passeggero si ritrova con il doppio del denaro che aveva alla partenza. Per ogni viaggio ciascun passeggero paga all'imbarco 24 euro. Alfonso attraversa lo stretto tre volte senza mai spendere altro che il costo del traghetto né guadagnare denaro diversamente. Pagato il terzo viaggio non ha più denaro: quanti euro aveva Alfonso prima del primo viaggio?



Quesiti e soluzioni

1. Due sole cifre

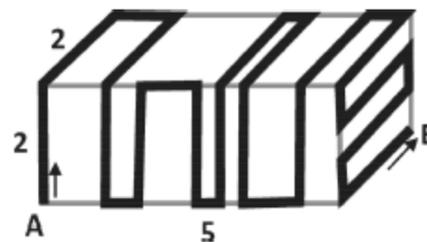
Tra quanti anni a partire dal 2020, per la prima volta, il numero che denota l'anno sarà di nuovo composto utilizzando due sole cifre, ciascuna due volte?

Risposta: 0092.

Svolgimento. Il primo anno dopo il 2020 in cui le cifre usate per denotarlo sono solo due sarà il 2112.

2. Sulla scatola

In figura vedete una scatola: i suoi spigoli misurano 2 decimetri, ancora 2 decimetri e 5 decimetri. Una formica è partita dal punto A della scatola e ha raggiunto il punto B seguendo sulla superficie il tragitto evidenziato in grassetto. Quanti decimetri è lungo questo tragitto?



Risposta: 0039.

Svolgimento. La formica percorre (su tre diversi spigoli) una distanza equivalente allo spigolo orizzontale; percorre per 8 volte una distanza equivalente allo spigolo verticale e per 9 volte una distanza equivalente al terzo spigolo: in totale $5 + 2 \times 8 + 2 \times 9 = 39$ dam.

3. I gradini

Per entrare nella casa di Pietro ci sono 8 gradini. Quando ha fretta Pietro fa una parte dei gradini (o anche tutti) a due a due. Per esempio egli può salire le scale secondo questi schemi

1, 1, 2, 2, 1, 1 o 1, 1, 1, 1, 1, 2, 1 o 2, 2, 2, 2.

Secondo quanti schemi diversi Pietro può salire le scale, a seconda di quanta fretta ha (eventualmente nessuna)?

Risposta: 0034.

Svolgimento. Due modi sono dati da tutti 1 o tutti 2. Poi ci sono:

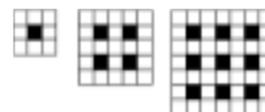
7 modi con un solo 2 (corrispondenti al modo di disporre un 2 tra sei 1)

15 modi con due 2 (corrispondenti al modo di disporre due 2 tra quattro 1)

10 modi con due 1 (corrispondenti al modo di disporre due 1 tra tre 2).

4. Quadratini bianchi

La figura ti mostra in successione tre quadrati, ognuno ottenuto accostando in modo alternato quadratini bianchi o neri; il bordo di ciascuno è costituito da quadratini bianchi. Il secondo quadrato è il più piccolo dopo il primo che rispetta questa regola e il terzo è il più piccolo dopo il secondo. Se prosegui nella costruzione di questi quadrati, rispettando questi criteri, quanti quadratini bianchi ci saranno nel decimo quadrato?



Risposta: 0341.

Svolgimento. Il decimo intero dispari è 21; quindi in tutto ci sono $21^2 = 441$ quadratini di cui $10^2 = 100$ neri.

5. Con somma 546

In quanti modi posso scrivere 546 come somma di un numero di tre cifre e di uno di due cifre, entrambi multipli di 3?

Risposta: 0030.

Svolgimento. È quanto chiedere quanti sono i numeri di 2 cifre multipli di 3, cioè 30.

6. L'età di Alda

Alda e i suoi figli, Betta e Carlo, compiono gli anni nello stesso giorno. Quest'anno tutti insieme hanno compiuto 45 anni. Si sa che Betta ha un numero di mesi uguale al numero di anni della mamma e che l'età di Carlo è doppia di quella di Betta. Quanti anni ha Alda?

Risposta: 0036.

Svolgimento. L'età della mamma è un multiplo di 12 (ogni anno di Betta corrisponde a 12 anni della mamma). Non può avere 24 anni (altrimenti la somma degli anni dei figli sarebbe 6 e la somma totale non potrebbe essere 45); quindi Alda ha 36 anni, Betta ne ha 3 e suo fratello 6.

7. Gli euro di Marta

Marta conta i suoi risparmi: ha venti banconote di 4 valori diversi. Ha una sola banconota da 50 €, mentre le banconote da 10 € e da 5 € sono in numero uguale ma inferiore a quello delle banconote da 20 €. Quanti euro possiede al massimo Marta?

Risposta: 0405.

Svolgimento. Chiamiamo N il numero di banconote da 10 € (che è uguale a quello delle banconote da 5 €): il numero $19 - 2N$ delle banconote da 20 € è maggiore di N e quindi N deve essere un numero non inferiore a 1 ma non maggiore di 6. Quindi al massimo Marta ha $50 + 15 \times 1 + 20 \times 17 = 405$ €.

8. Il codice

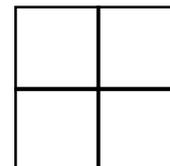
Diana ha chiuso la sua valigia con un lucchetto a codice. Il codice è il più grande numero di quattro cifre composto solo da cifre pari, tale che la somma delle cifre sia il prodotto del giorno e mese di nascita di Diana. Diana è nata il 4 giugno: quale codice ha usato?

Risposta: 8880.

Svolgimento. $4 \times 6 = 8 + 8 + 8 + 0$.

9. 55 quadrati

La figura che vedete è ottenuta disponendo in modo opportuno 6 segmenti, tutti della stessa lunghezza. In essa potete vedere 5 quadrati in tutto, quattro uguali e uno grande che li raccoglie. Volendo realizzare una figura nella quale si vedano 55 quadrati in tutto, qual è il minimo numero di segmenti, tutti della stessa lunghezza, che basterà accostare?



Risposta: 0012.

Svolgimento. Pensiamo a un quadrato 5×5 , con quadrettatura, realizzabile con $6 + 6$ segmenti paralleli. Al suo interno ci sono 25 quadrati di lato 1, 16 di lato 2, 9 di lato 3, 4 di lato 4 e 1 di lato 5: in totale 55.

10. Il contratto

In un tempo lontano un allevatore aveva assunto un mandriano con questo contratto: per un anno di lavoro gli avrebbe dato 1200 talleri e un paiolo di rame. Ma dopo sette mesi il mandriano decise di andarsene e l'allevatore, rispettando il valore del contratto, gli pagò 500 talleri e un paiolo di rame. Quanti talleri valeva il paiolo?

Risposta: 0480.

Svolgimento. La paga di cinque mesi corrisponde a 700 talleri; quindi quella di un anno corrisponde a $(700:5) \times 12 = 1680$ talleri.

11. I numeri scambiati

Silvia voleva costruire un quadrato magico 4×4 usando tutti i numeri da 1 a 16. In un quadrato magico devono essere uguali le somme dei numeri di ciascuna riga, così come le somme dei numeri di ogni colonna; ma Silvia, per errore, ha inserito due numeri scambiandone la posizione e il risultato è quello che vedete in figura. Qual è la somma dei due numeri scambiati?

1	12	7	14
8	13	2	10
11	3	16	5
15	6	9	4

Risposta: 0021.

Svolgimento. Innanzi tutto la somma dei 16 numeri è 17×8 : quindi la somma su ogni riga/colonna deve essere $17 \times 2 = 34$. I numeri sulla seconda riga hanno somma 33 e quelli sulla terza hanno somma 35: quindi i due numeri scambiati devono stare su queste righe. Similmente i numeri sulla prima colonna hanno somma 35 e quelli sulla quarta 33. Quindi i numeri cercati stanno sulla seconda e terza riga e prima e quarta colonna e devono differire di 1: quindi sono 10 e 11.

12. Tre cifre uguali

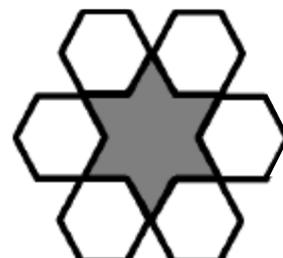
Quanti sono i numeri interi di quattro cifre che hanno almeno tre cifre uguali e la cui cifra delle migliaia è 1?

Risposta: 0037.

Svolgimento. Con le tre cifre da destra uguali ce ne sono 10; con due delle tre cifre da destra uguali a 1 e la terza diversa ce ne sono 27.

13. La stella

Tutti gli esagoni bianchi che vedi in figura sono uguali e ciascuno di essi ha area 24 cm^2 . Qual è l'area (in centimetri quadrati) della stella grigia al centro? *Se non sapete che cosa è l'area di una figura pensatela come la quantità di vernice che servirebbe per riempire tutta la figura.*



Risposta: 0048.

Svolgimento. Ogni esagono si può scomporre in 6 triangoli uguali con un vertice nel centro dell'esagono; ciascuna delle punte della stella è uguale a uno di questi triangoli e la stella privata delle punte è un esagono uguale a quelli bianchi.

14. I gettoni di Alessio

Alessio ha meno di 200 gettoni, tutti uguali. Se li raccoglie a gruppi di 5 gli rimane un gettone; se li raccoglie a gruppi di 9 gliene restano 2; se li raccoglie a gruppi di 7 gliene rimangono 3. Quanti gettoni ha Alessio?

Risposta: 0101.

Svolgimento. Il numero di gettoni di Alessio è di 2 maggiore di un multiplo di 9, cioè potrebbe essere: 11, 20, 29, 38, 47, 56, ... Però è anche di uno maggiore di un multiplo di 5, quindi possiamo scartare tutti i numeri sottolineati e in generale tenere solo quelli ottenuti sommando a 11 un multiplo di 45: 11, 56, 101, 146, 191, ...

Sottraendo 3 a ciascuno di questi si ottiene 8, 53, 98, 143, 188, ... Il primo di questi numeri che è divisibile per 7 è 98, quindi Alessio può avere 101 gettoni (o un altro numero di gettoni ottenuto sommando a 101 un multiplo $45 \times 7 = 315$, ma questo è certamente maggiore di 200).

15. Il traghetto magico

Il traghetto che permette di passare da una sponda all'altra dello Stretto Avido è magico: alla fine di ogni viaggio ciascun passeggero si ritrova con il doppio del denaro che aveva alla partenza. Per ogni viaggio ciascun passeggero paga all'imbarco 24 euro. Alfonso attraversa lo stretto tre volte senza mai spendere altro che il costo del traghetto né guadagnare denaro diversamente. Pagato il terzo viaggio non ha più denaro: quanti euro aveva Alfonso prima del primo viaggio?

Risposta: 0042.

Svolgimento. Alla fine del secondo viaggio Alfonso possiede 24 € e quindi prima di pagare il secondo viaggio aveva $24 + 12 = 36$ €, cioè dopo aver pagato il primo ne aveva 18; quindi prima di pagare il primo viaggio aveva 42 €.