



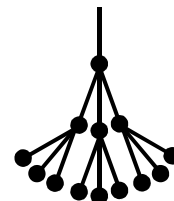
Kangourou della Matematica 2020
finale nazionale italiana
Cervia, 10 ottobre 2020



LIVELLO ECOLIER

Tutte le risposte devono essere giustificate

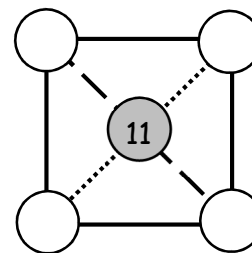
E1. (5 punti) Faccio il seguente gioco con gli spilli. Metto sul tavolo uno spillo; poi, a ogni mossa successiva, accosto alla capocchia di ciascuno degli spilli deposti nella mossa precedente le punte di altri tre spilli, come suggerito dalla figura. Se ho una scatola contenente 1000 spilli, quante mosse complete posso fare, compresa quella con cui ho deposto il primo spillo?



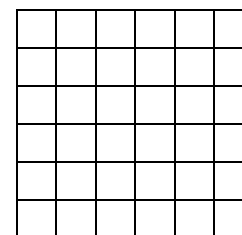
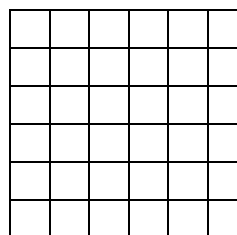
E2. (7 punti) Luisa ha molte penne: 29 rosse, 13 blu e 20 nere. Vuole confezionare dei sacchetti contenenti ciascuno 4 penne, in modo che nessun sacchetto contenga più di due penne dello stesso colore. Quanti sacchetti può confezionare al massimo?

E3. (11 punti) Molti libri di differenti spessori sono allineati su uno scaffale. A sinistra del libro più spesso ci sono 20 libri, a destra di quello più sottile ce ne sono 22. Tra il libro più spesso e quello più sottile c'è il libro più antico, diverso da entrambi. Qual è il minimo numero di libri che possono essere allineati sullo scaffale?

E4. (14 punti) Giulia deve scrivere un numero in ogni cerchio bianco della figura qui a fianco. Vuole fare in modo che la somma dei quattro numeri che scriverà sia uguale sia alla somma dei tre numeri che compariranno nei tre cerchi collegati dalla linea tratteggiata, sia alla somma dei tre numeri che compariranno nei tre cerchi collegati dalla linea a puntini. Quanto vale la somma dei quattro numeri che scriverà Giulia?



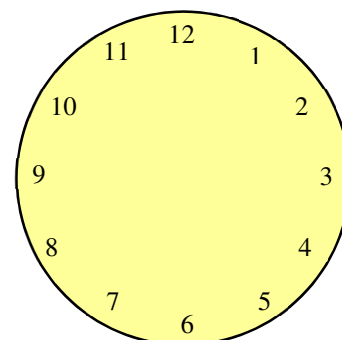
E5. (18 punti) Qui a lato vedi due griglie quadrate di 6 righe e 6 colonne ciascuna: puoi riempirle in molti modi diversi inserendo, uno per ogni casella, tutti i numeri interi da 1 a 36. Se, dopo aver riempito la griglia, accade che uno dei numeri inseriti è il più grande fra tutti quelli nella sua riga e contemporaneamente il più piccolo fra tutti quelli nella sua colonna, dirai che quel numero è in posizione speciale relativamente al modo in cui hai riempito la griglia.



Riempi la prima griglia in modo che ci sia almeno un numero in posizione speciale e la seconda in modo che non ci siano numeri in posizione speciale.

Basta che tu riempi la griglie (cerchiando nella prima il numero in posizione speciale), non sono richieste spiegazioni.

E6. (22 punti) Sulla torta di compleanno di Rita sono disposte in modo regolare 12 candeline, ciascuna denotata con il suo numero (come se fossero le ore su un orologio, come suggerito dalla figura). Rita fa due tagli rettilinei distinti, che attraversano la torta completamente, e la suddividono in alcune porzioni. Se ogni candelina sta su una sola porzione e le somme dei numeri sulle candeline di ciascuna porzione sono tutte uguali, qual è la somma dei numeri delle candeline su ciascuna porzione?





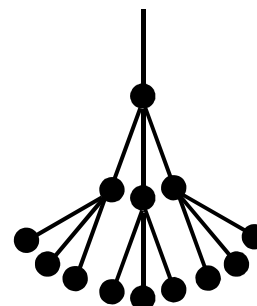
Kangourou della Matematica 2020
finale nazionale italiana
Cervia, 10 ottobre 2020



LIVELLO ECOLIER

Tutte le risposte devono essere giustificate

E1. (5 punti) Faccio il seguente gioco con gli spilli. Metto sul tavolo uno spillo; poi, a ogni mossa successiva, accosto alla capocchia di ciascuno degli spilli deposti nella mossa precedente le punte di altri tre spilli, come suggerito dalla figura. Se ho una scatola contenente 1000 spilli, quante mosse complete posso fare, compresa quella con cui ho deposto il primo spillo?



Risposta: 6.

Soluzione. Sei mosse richiedono: $1+3+3 \times 3+3 \times 9+3 \times 27+3 \times 81=1+3 \times 121=364$ spilli. Per la settima occorrerebbero altri $3 \times 243=729$ spilli e quindi in totale più di 1000.

E2. (7 punti) Luisa ha molte penne: 29 rosse, 13 blu e 20 nere. Vuole confezionare dei sacchetti contenenti ciascuno 4 penne, in modo che nessun sacchetto contenga più di due penne dello stesso colore. Quanti sacchetti può confezionare al massimo?

Risposta: 15.

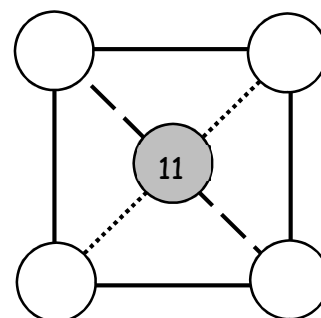
Soluzione. In tutto Luisa ha 62 penne, quindi sicuramente non può confezionare più di 15 sacchetti da 4 penne; di fatto ne può confezionare esattamente 15: 11 del tipo RRBN; 3 del tipo RRNN e uno del tipo BBNN usando così 28 R, 19N e 13B.

E3. (11 punti) Molti libri di differenti spessori sono allineati su uno scaffale. A sinistra del libro più spesso ci sono 20 libri, a destra di quello più sottile ce ne sono 22. Tra il libro più spesso e quello più sottile c'è il libro più antico, diverso da entrambi. Qual è il minimo numero di libri che possono essere allineati sullo scaffale?

Risposta: 23.

Soluzione. Si realizza la condizione di minimo quando il libro più spesso sta nella posizione più a destra, quello più sottile sta nella posizione più a sinistra e il libro più antico è compreso tra i due. Quindi al minimo sullo scaffale ci sono 22 libri più uno, quello sottile.

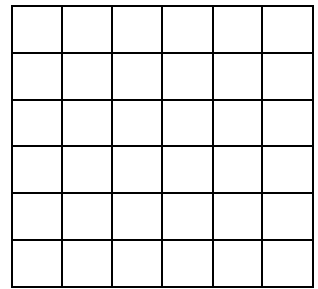
E4. (14 punti) Giulia deve scrivere un numero in ogni cerchio bianco della figura qui a fianco. Vuole fare in modo che la somma dei quattro numeri che scriverà sia uguale sia alla somma dei tre numeri che compariranno nei tre cerchi collegati dalla linea tratteggiata, sia alla somma dei tre numeri che compariranno nei tre cerchi collegati dalla linea a puntini. Quanto vale la somma dei quattro numeri che scriverà Giulia?



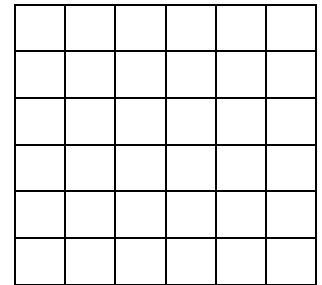
Risposta: 22.

Soluzione. Se la somma dei numeri che stanno nei vertici del quadrato è uguale alla somma dei numeri che stanno lungo la diagonale tratteggiata, la somma dei due numeri nei vertici dell'altra diagonale deve essere 11; similmente per i numeri negli altri due vertici.

E5. (18 punti) Qui a lato vedi due griglie quadrate di 6 righe e 6 colonne ciascuna: puoi riempirle in molti modi diversi inserendo, uno per ogni casella, tutti i numeri interi da 1 a 36. Se, dopo aver riempito la griglia, accade che uno dei numeri inseriti è il più grande fra tutti quelli nella sua riga e contemporaneamente il più piccolo fra tutti quelli nella sua colonna, dirai che quel numero è in posizione *speciale* relativamente al modo in cui hai riempito la griglia.



Riempi la prima griglia (in alto) in modo che ci sia almeno un numero in posizione speciale e la seconda in modo che non ci siano numeri in posizione speciale.



Basta che tu riempi le griglie (cerchiando nella prima il numero in posizione speciale), non sono richieste spiegazioni.

Soluzione proposta:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

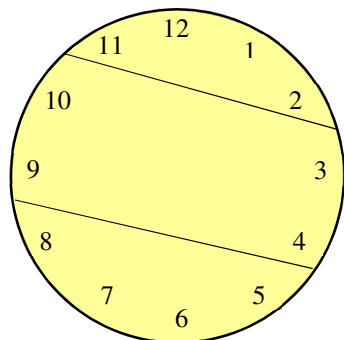
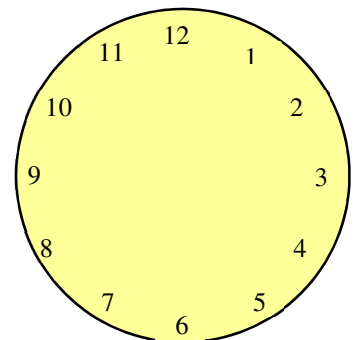
1	2	3	4	5	12
7	8	9	10	11	6
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

griglia 1

griglia 2

È chiaro che 6 è in posizione speciale nella griglia 1, poiché è il maggiore della prima riga e il minore dell'ultima colonna; la griglia 2 - ottenuta dalla 1 scambiando l'ultimo numero della seconda riga con l'ultimo della prima - non ha numeri in posizione speciale poiché il più grande per riga si trova sempre sull'ultima colonna tranne per la seconda riga in cui è sulla quinta e il minimo della quinta colonna non è 11 mentre quello dell'ultima, 6, non coincide con alcun massimo.

E6. (22 punti) Sulla torta di compleanno di Rita sono disposte in modo regolare 12 candeline, ciascuna denotata con il suo numero (come se fossero le ore su un orologio, come suggerito dalla figura). Rita fa due tagli rettilinei distinti, che attraversano la torta completamente, e la suddividono in alcune porzioni. Se ogni candela sta su una sola porzione e le somme dei numeri sulle candeline di ciascuna porzione sono tutte uguali, qual è la somma dei numeri delle candeline su ciascuna porzione?



Risposta: 26.

Soluzione. La somma di tutti i numeri sulle candeline è $6 \times 13 = 78$. Con due tagli distinti si possono realizzare tre o quattro fette. Visto che 78 non è divisibile per 4, le fette non possono essere 4; possono essere 3 (e quindi la somma dei numeri delle candeline è 26) come mostra la partizione in figura.