

Semifinale individuale Student

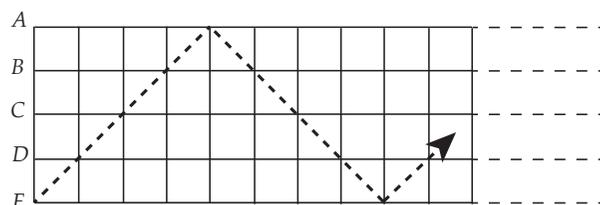
Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) I vertici di un rettangolo, nominati in senso orario, sono A, B, C, D . Il lato AB è lungo 15 e il lato BC è lungo 20. Il rettangolo ruota, sempre in senso orario e sempre di 90 gradi, dapprima attorno al vertice C , poi attorno al vertice D (nella nuova posizione in cui si è venuto a trovare). Qual è il numero intero più vicino alla lunghezza del tragitto percorso dal vertice A nelle due rotazioni?
A) 78 B) 79 C) 70 D) 71 E) Un numero diverso dai precedenti

2. (Punti 3) Scegliendo a caso un numero intero palindromo di quattro cifre significative, qual è la probabilità che sia divisibile per 7?
A) $1/9$ B) $1/8$ C) $1/7$ D) $1/6$ E) $1/5$

3. (Punti 3) Tagliando un cubo con un piano che passa per due dei suoi vertici opposti e per i punti medi di due spigoli opposti che non contengano tali vertici si ottiene un quadrilatero la cui area, in centimetri quadrati, è espressa da un numero intero. Quale dei seguenti numeri può esprimere la lunghezza, in centimetri, degli spigoli del cubo?
A) 1 B) $\sqrt{8}$ C) $\sqrt{12}$ D) $\sqrt{27}$ E) Nessuno

4. (Punti 4) In figura A, B, C, D ed E denotano (partendo dall'alto) i 5 punti di contatto tra il bordo verticale sinistro di una griglia rettangolare 4×2019 e i segmenti orizzontali che delimitano le celle quadrate di tale griglia. Una pallina (punti-forme!) viene lanciata dal punto E verso l'interno della griglia con un angolo di 45 gradi (rispetto ai lati della griglia) e rimbalza regolarmente ogni volta che colpisce i bordi della griglia: la figura ti suggerisce la traiettoria iniziale della pallina. Quando la pallina ritorna per la prima volta a colpire il bordo sinistro della griglia, in quale punto lo colpisce?
A) A B) B C) C D) D E) E



5. (Punti 4) I numeri interi da 1 a 17 inclusi sono stati allineati in modo che la somma di due numeri consecutivi sia sempre un quadrato perfetto (e ovviamente nell'allineamento ognuno compaia una e una sola volta). Che numero si trova nel posto centrale dell'allineamento?
A) 3 B) 4 C) 14 D) 13 E) 12

6. (Punti 4) Di un intero positivo N si sa che l'intero $3 \times N$ ha esattamente 4 divisori e l'intero $5 \times N$ ha esattamente 6 divisori. Qual è la cifra delle centinaia del numero $2019 \times N$?
Nota: tra i divisori di un numero sono compresi 1 e il numero stesso.
A) 1 B) 3 C) 8 D) 9 E) Non è possibile stabilirlo

7. (Punti 5) Quante somme tutte diverse fra loro si possono ottenere sommando al minimo due interi e al massimo nove interi, ciascuno dei quali sia o 3 o 5, se si vuole che non vi siano più di sei addendi uguali a 3 e più di tre addendi uguali a 5?
A) 23 B) 25 C) 28 D) 26 E) 27

8. (Punti 5) Per un intero che non superi 2019, qual è la maggiore somma possibile delle cifre se lo si scrive in base sei (cioè usando le cifre da 0 a 5) e se anche tale somma è scritta in base 6?
A) 15 B) 20 C) 22 D) 24 E) 32

9. (Punti 6) Quanti diversi allineamenti di lunghezza 16 di due lettere sono possibili, se si vuole che ogni allineamento inizi e termini con la stessa lettera, che la lettera iniziale non appaia due volte consecutive e l'altra non appaia tre volte consecutive?

- A) 28 B) 42 C) 44 D) 46 E) 56

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Alla notazione (decimale) di un numero intero positivo N ho aggiunto una cifra a destra: così facendo ho ottenuto un numero (con una cifra in più di quelle di N) che è k volte N , con k intero. Quanto può valere al massimo k ?

11. (Punti 5) In ogni parallelepipedo rettangolo i centri delle sei facce sono i vertici di un ottaedro. Se le misure degli spigoli del parallelepipedo sono espresse ciascuna da un numero intero di centimetri e il volume dell'ottaedro vale 150 cm^3 , quanto può valere al massimo la somma delle misure degli spigoli del parallelepipedo?

12. (Punti 5) In Kanglandia si è tenuto un referendum. In due cittadine, A di 8.400 votanti e B di 6.900 votanti, subito dopo il voto è stato chiesto ad ogni votante come avesse votato: in entrambe le cittadine metà delle risposte ottenute è stata "SI" e metà è stata "NO". A spoglio avvenuto, però, è risultato che in A ha vinto il "SI" con il 70% dei voti mentre in B ha vinto il "NO" sempre con il 70% dei voti. Se, compatibilmente con i risultati ottenuti, in A ha mentito il minor numero possibile di votanti e in B il massimo, quanti votanti hanno mentito complessivamente nelle due città?

13. (Punti 6) In una griglia a celle quadrate 6×2019 diciamo che due celle sono adiacenti se condividono un lato. Si vogliono annerire alcune celle in modo che

- a) ogni cella rimasta bianca sia adiacente a qualche cella annerita;
- b) comunque scelte due celle annerite, esse siano collegabili mediante una sequenza ordinata di celle annerite che parta con una delle due e termini con l'altra, ognuna (tranne l'ultima della sequenza) adiacente alla successiva.

Qual è il più piccolo numero di celle che basta annerire per ottenere lo scopo?

14. (Punti 6) La squadra dei Canguri e quella delle Giraffe si sono affrontate in una partita di pallacanestro. La partita è durata quattro tempi: al termine del primo le squadre erano in parità, ma alla fine i Canguri hanno vinto con un punto di scarto. I punteggi dei Canguri, singolarmente considerati nei quattro tempi, sono in progressione geometrica, mentre quelli delle Giraffe in progressione aritmetica. Qual è il minimo valore possibile per il punteggio totalizzato alla fine della partita dalle Giraffe?

15. (Punti 6) I cateti di un triangolo rettangolo T misurano 30 e 40. L'altezza relativa all'ipotenusa suddivide T in due triangoli P e Q . Quanto vale la somma dei raggi dei cerchi inscritti in T , P e Q ?

16. (Punti 7) Enrica aveva un righello con più di cinque tacche, numerate in sequenza: accidentalmente lo ha spezzato in due parti con il punto di rottura a cavallo fra due tacche. Casualmente, la somma dei numeri presenti sulle due parti è la stessa. Quanto deve valere al minimo la somma dei numeri che denotano le due tacche a cavallo delle quali si è rotto il righello?

17. (Punti 7) Qual è il minimo numero di elementi che deve avere un insieme, affinché ci siano almeno 2019 modi diversi di sceglierne due sottoinsiemi non vuoti disgiunti?

18. (Punti 8) In un negozio vi sono tre diversi tipi di articoli e, per ogni tipo, vi sono 20 pezzi. Un cliente che voglia acquistare 30 di quei pezzi, indipendentemente dalla tipologia, in quanti modi diversi rispetto alle tipologie può farlo?

D	E	E	C	E	A	A	E	E	0019	0902	7200	4040	0074	0024	0029	0008	0331
---	---	---	---	---	---	---	---	---	------	------	------	------	------	------	------	------	------