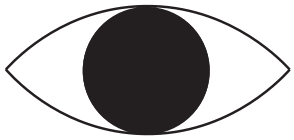
Semifinale individuale Student

Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) L'occhio in figura è realizzato da due quarti di circonferenza ciascuno di lunghezza 1 e dal cerchio C di raggio più grande possibile contenuto regione limitata da essi individuata. Quanto è lunga la circonferenza che delimita C?



A) 2 B) π - 1 C) $3\sqrt{2}$ - 2 D) $4\sqrt{2}$ - π
E) Un numero diverso dai precedenti.

2. (Punti 3) Alice e Barbara scelgono a caso e separatamente un numero intero compreso fra 1 e 2018. I due numeri vengono quindi confrontati. Qual è la probabilità che il numero scelto da Alice sia più grande di quello scelto da Barbara?
A) 2019/4036 B) 2017/4036 C) 2017/4038 D) 1/2
E) Nessuna delle precedenti.

3. (Punti 3) In un cubo viene inscritto un tetraedro regolare i cui spigoli sono diagonali delle facce del cubo. Qual è il rapporto tra il volume del cubo e il volume del tetraedro?
A) 2 B) 3 C) 4/3 D) 3/2 E) 5/3

4. (Punti 4) Un numero primo r è somma di due numeri primi p e q. Accade inoltre che la somma delle cifre di r coincide con la somma delle cifre di p sommata alla somma delle cifre di q. Quanti sono i possibili numeri primi r che si trovano in questa situazione? (Attenzione: 1 non è un numero primo!)
A) Solo 1 B) Esattamente 2 C) Esattamente 3 D) Esattamente 4 E) Più di 4

5. (Punti 4) m e n sono due numeri interi positivi tali che $2^m - 2^n = 240$. Quanto vale $m + n$?
A) 10 B) 11 C) 15 D) 16 E) Nessuno dei numeri precedenti è corretto.

6. (Punti 4) Per quanti numeri interi n il numero $n/(n - 10)$ è intero?
A) 4 B) 5 C) 7 D) 8 E) Infiniti

7. (Punti 5) Il numero $20192018^2 - 20182019^2$ non è divisibile per
A) 99 B) 101 C) 121 D) 1001 10001

8. (Punti 5) Immagina che in un sacco ci siano tutti i numeri interi fra 1 e 10^7 (estremi inclusi) e di estrarre uno di questi numeri a caso. Detta p la probabilità che nella sua rappresentazione (decimale) compaia la cifra 1, si ha
A) $p < 35\%$ B) $35\% \leq p < 40\%$ C) $40\% \leq p < 45\%$ D) $45\% \leq p < 50\%$ E) $p \geq 50\%$

9. (Punti 6) Considera le sequenze di 7 lettere scrivibili usando solo le lettere A e/o B. Quante sequenze si possono selezionare, al massimo, se si vuole che, comunque considerate due tra queste, esse differiscano per le lettere che compaiono in almeno 3 posizioni?
A) 8 B) 9 C) 12 D) 16 E) 27

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Una fune a sezione circolare è ripartita con un taglio in due pezzi. Entrambi vengono arrotolati a spirale su un tavolo in modo da ottenere approssimativamente due dischi. Il raggio di uno dei due è il doppio del raggio dell'altro. Qual è il rapporto tra la lunghezza dell'intera fune e la lunghezza del pezzo più corto? (*Se necessario, approssima la risposta all'intero più vicino.*)

11. (Punti 5) Marco deve tirare tre calci di rigore. Conoscendosi, sa che la probabilità di segnare è la stessa in tutti e tre e che quella di segnare in almeno uno dei tre è 0,999. Qual è la probabilità che riesca a segnare quando tira il primo rigore? (*Indica le cifre decimali dopo la virgola fino alla quarta: ad es. se la probabilità fosse* 0,81 *scrivi la risposta come* 8100.)

12. (Punti 5) Sia $p(x) = x^3 + bx^2 + cx + 4$, con b e c numeri interi relativi compresi fra -2018 e 2018, estremi inclusi. Per quanti diversi polinomi $p(x)$ si ha $p(2) = 0$?

13. (Punti 6) Quanti numeri interi compresi fra 0001 e 9999 incluso sono tali che la somma delle prime due cifre coincide con la somma delle altre due?

14. (Punti 6) Una compagnia ferroviaria gestisce una linea con m stazioni. Ne fa poi costruire altre n, con $n > 1$. Per ogni nuova tratta viene stampato un nuovo tipo di biglietto (attenzione: la tratta dalla stazione A alla stazione B è diversa da quella da B ad A). Se in totale vengono stampati 46 nuovi tipi di biglietti, quanto valgono, nell'ordine, m e n? (*Ad esempio, se fosse* $m = 25$ *e* $n = 4$, *scrivi come risposta* 2504.)

15. (Punti 6) Due circonferenze α e β di centri rispettivamente A e B hanno raggi rispettivamente 10 e 20 e i due centri distano fra loro $10\sqrt{2}$. Sia P un punto su β tale che le semirette tangenti ad α uscenti da P siano perpendicolari fra loro. Quanto vale l'area del triangolo ABP?

16. (Punti 7) Per quante terne ordinate (a, b, c) di numeri interi relativi accade che

$$a \times b \times c = 45.000?$$

17. (Punti 7) Un *orto-poligono* nel piano è un poligono non intrecciato tale che ogni coppia di lati consecutivi sia costituita da lati fra loro perpendicolari. Di un *orto-poligono* di n lati si sa che, numerando a partire da 1 i suoi lati in uno dei due versi possibili, la lunghezza di ogni lato corrisponde al numero assegnato al lato stesso; si sa anche che n è l'intero più vicino possibile a 2019. Quanto vale n ?

18. (Punti 8) Si vuole essere certi che, comunque vengano scelti n numeri interi positivi a due a due distinti, fra di essi ve ne siano almeno due la cui somma o la cui differenza è divisibile per 100. Qual è il più piccolo valore di n che consente di avere questa certezza?

E	B	B	E	E	D	D	E	D

0005	9000	2019	0669	1102	0100	3600	2016	0052