



Kangourou della Matematica 2015 - Coppa a squadre Kangourou Ecolier Popotus  
Cervia, 8 maggio 2015

## Quesiti

### 1. Il giornale con l'inserto

Un quotidiano con l'inserto costa 1 euro e 70 centesimi. Quotidiano e inserto possono essere acquistati separatamente e il quotidiano costa 70 centesimi più dell'inserto. Quanti centesimi costa il quotidiano?

### 2. Le monete di Isabella

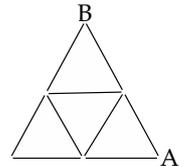
Isabella ha 20 monete nel suo borsellino, per un valore totale di 5 euro. Alcune monete sono da 10 centesimi, altre da 20 centesimi, altre da 50 centesimi. Le monete da 50 centesimi sono più di quelle da 10 centesimi. Quante sono quelle da 10 centesimi?

### 3. Uno dopo l'altro

Alberto scrive di seguito i numeri interi, partendo da 1, in questo modo:  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12... . Quando ha scritto 1788 cifre si stanca e smette. Quali sono le ultime quattro cifre che ha scritto?

### 4. Nel parco

In figura vedete lo schema dei 9 vialetti di un parco ognuno dei quali è lungo 100 metri. Cesare vuole camminare dal punto *A* al punto *B* senza percorrere due volte alcun vialetto, passando anche più di una volta per qualcuno dei punti dove due o più vialetti si incontrano. Quanti metri è lungo il percorso più lungo che può fare?

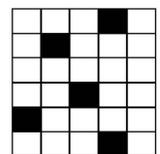


### 5. La mia via

Nella via in cui abito le case sono numerate, partendo da un'estremità della via, su un lato con numeri interi dispari consecutivi iniziando da 1, sull'altro con numeri interi pari consecutivi iniziando da 2. La mia casa ha il numero 137. Se la numerazione fosse partita dall'altra estremità della via, la mia casa avrebbe il numero 85. Quante sono le case sullo stesso lato della mia, compresa la mia?

### 6. I rettangoli

Nella figura vedi una griglia con 6 righe e 5 colonne, formata accostando 30 quadrati tutti della stessa dimensione. Cinque di questi quadrati sono anneriti. Quanti rettangoli che non contengano alcun quadrato nero si possono individuare nella griglia? Attenzione: fra i rettangoli vanno considerati anche i quadrati, qualunque sia la loro dimensione!



### 7. Il ciclista

Un ciclista sale una strada di montagna mantenendo costantemente la velocità di 21 chilometri all'ora. Quando ridiscende la stessa strada raddoppia la sua velocità: così facendo impiega 50 minuti in meno del tempo che ha impiegato a salire. Quanti chilometri è lunga quella strada?

### 8. La differenza

Emma scambia fra loro due delle cifre del numero 4129. La stessa cosa fa Luigi, senza sapere quali cifre ha scambiato Emma. Quale può essere, al massimo, la differenza fra il numero ottenuto da Emma e quello ottenuto da Luigi?

## 9. La torta gelato

Per festeggiare il compleanno di Roberta, la mamma ha chiesto al gelataio di confezionare una torta gelato con il maggior numero di gusti possibile. Il gelataio, che ha a disposizione 15 gusti tra i quali limone e pistacchio, le ha detto che nella torta può metterne al massimo 13 a sua scelta. La mamma di Roberta non vuole che nella torta ci siano insieme i gusti limone e pistacchio. Tra quante diverse torte con 13 gusti ciascuna può scegliere la mamma di Roberta? (Due torte sono diverse se in una c'è almeno un gusto che non c'è nell'altra.)

## 10. Quanti anni ha il maestro?

Un numero intero maggiore di 1 viene detto *primo* se è divisibile solo per 1 e per se stesso (ad esempio, 13 è primo e 15 non lo è). Due numeri primi vengono detti consecutivi se non vi sono altri numeri primi tra di essi (ad esempio, 31 e 37 sono numeri primi consecutivi). Ad Angelo, che gli aveva chiesto la sua età, il maestro ha risposto: "Ho più di 30 anni e la mia età è il prodotto di due numeri primi che non sono consecutivi: infatti fra di essi vi è esattamente un numero primo diverso da essi". Naturalmente, il maestro di Angelo non è ancora in pensione. Quanti anni ha?

## 11. Il vasetto di zucchero

Giulia può riempire di zucchero un vasetto versandovi

- 6 cucchiai piccoli, 3 cucchiai medi e 1 cucchiaino grande,
- oppure 2 cucchiai piccoli, 1 cucchiaino medio e 3 cucchiaini grandi,
- oppure 4 cucchiaini medi e 2 cucchiaini grandi,

tutti pieni di zucchero. Quanti cucchiaini piccoli pieni di zucchero occorrono per riempire il vasetto?

## 12. Che sbadato!

A Natale Alessandro ha ricevuto un quaderno con 365 pagine. Ogni giorno, a partire dal primo gennaio scorso e iniziando dalla prima pagina, Alessandro ha scritto la data del giorno (senza l'anno) sulla prima pagina che ha trovato libera: ha cominciato dunque scrivendo 0101, poi 0201 e così via (in qualche giorno di febbraio ha scritto ad esempio 1302). Per sua sbadataggine, però, ha scritto le date come se tutti i mesi avessero 30 giorni. Che data ha scritto questa mattina?

## 13. Il mosaico

Quello che vedete in figura è un mosaico formato accostando tessere quadrate bianche e tessere quadrate nere, tutte della stessa dimensione. Il bordo esterno del mosaico è costituito da 16 tessere nere. Immaginate un mosaico costruito allo stesso modo, il cui bordo esterno, però, è costituito da 4000 tessere nere. In questo mosaico immaginario, quante tessere nere vi sono in più rispetto alle tessere bianche?

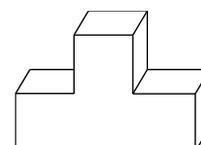


## 14. In questo millennio

Per un anno compreso fra il 2010 e il 2999, chiamiamo *quoziente dell'anno* il prodotto della prima con l'ultima cifra dell'anno diviso per la somma delle due cifre centrali. Per esempio, il quoziente di quest'anno è  $2 \times 5 : (0 + 1) = 10$ . In qualcuno dei prossimi anni, il quoziente dell'anno sarà maggiore di 10. Quale sarà l'ultimo anno di questo terzo millennio in cui il quoziente dell'anno sarà il maggiore possibile?

## 15. Quattro cubi

Il solido che vedete in figura, preparato per EXPO 2015, è ottenuto accostando 4 cubi, ciascuno di due metri e mezzo di lato. Va verniciato da ogni lato, base compresa, perché ogni sua faccia dovrà poter essere visibile al pubblico. La vernice costa due euro al chilo e occorrono 5 chili di vernice per verniciare una superficie di quattro metri quadrati e mezzo. Quanti euro si spenderanno per la vernice necessaria a dare una mano di colore al solido?





Kangourou della Matematica 2015  
Coppa a squadre Kangourou Ecolier Popotus  
Cervia, 8 maggio 2015

## Quesiti e soluzioni

### 1. Il giornale con l'inserto

Un quotidiano con l'inserto costa 1 euro e 70 centesimi. Quotidiano e inserto possono essere acquistati separatamente e il quotidiano costa 70 centesimi più dell'inserto. Quanti centesimi costa il quotidiano?

[0120] Il quotidiano costa 70 centesimi più della metà di  $1,70 - 70 = 100$  centesimi.

### 2. Le monete di Isabella

Isabella ha 20 monete nel suo borsellino, per un valore totale di 5 euro. Alcune monete sono da 10 centesimi, altre da 20 centesimi, altre da 50 centesimi. Le monete da 50 centesimi sono più di quelle da 10 centesimi. Quante sono quelle da 10 centesimi?

[0002] Per ogni taglio Isabella ha almeno una moneta. Se le monete da 10 centesimi sono in numero dispari, devono esserlo anche quelle da 50 e viceversa: quindi le monete da 50 centesimi sono almeno tre. Tre sole monete da 50 richiederebbero una sola moneta da 10 e dunque 16 monete da 20: il totale non darebbe 5 euro. Quattro monete da 50 richiederebbero 14 monete da 20 e 2 da 10: è una soluzione possibile. Con cinque monete da 50 si dovrebbero avere 2,50 euro in 15 monete da 20 o da 10, ma quelle da 10 dovrebbero essere solo 3 o 1: impossibile. Allo stesso modo si ragiona se le monete da 50 fossero sei o più.

### 3. Uno dopo l'altro

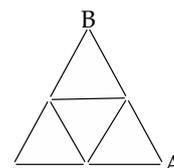
Alberto scrive di seguito i numeri interi, partendo da 1, in questo modo:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12... . Quando ha scritto 1788 cifre si stanca e smette. Quali sono le ultime quattro cifre che ha scritto?

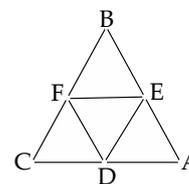
[1632] Per scrivere i numeri interi da 1 a 9 inclusi servono 9 cifre, per scrivere quelli da 10 a 99 inclusi servono 180 cifre, per scrivere quelli da 100 a 999 inclusi servono 3 cifre ciascuno: allora le ultime cifre scritte sono relative a numeri fra compresi fra 100 e 999. Si ha  $1788 - 189 = 1599$  e  $1599 : 3 = 533$ . Allora Alberto si ferma dopo avere scritto le cifre del numero  $99 + 533 = 632$  che è preceduto dal numero 631.

#### 4. Nel parco

In figura vedete lo schema dei 9 vialetti di un parco ognuno dei quali è lungo 100 metri. Cesare vuole camminare dal punto  $A$  al punto  $B$  senza percorrere due volte alcun vialetto, passando anche più di una volta per qualcuno dei punti dove due o più vialetti si incontrano. Quanti metri è lungo il percorso più lungo che può fare?



[0700] Il percorso  $A D E F D C F B$  (v. figura) è costituito da 7 vialetti ed è dunque lungo 700 metri (non è l'unico ad essere così lungo rispettando le richieste). Percorsi più lunghi non sono ammissibili. Infatti si può passare più di una volta per uno dei punti di intersezione dei vialetti solo se in quel punto confluiscono più di due vialetti: di conseguenza, non si può passare per più di uno dei due vialetti che fanno capo ad  $A$  e per più di uno dei vialetti che fanno capo a  $B$ .



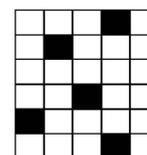
#### 5. La mia via

Nella via in cui abito le case sono numerate, partendo da un'estremità della via, su un lato con numeri interi dispari consecutivi iniziando da 1, sull'altro con numeri interi pari consecutivi iniziando da 2. La mia casa ha il numero 137. Se la numerazione fosse partita dall'altra estremità della via, la mia casa avrebbe il numero 85. Quante sono le case sullo stesso lato della mia, compresa la mia?

[0111] Il numero di case che precedono la mia è  $136 : 2 = 68$ ; il numero di case che seguono la mia è  $84 : 2 = 42$ .

#### 6. I rettangoli

Nella figura vedi una griglia con 6 righe e 5 colonne, formata accostando 30 quadrati tutti della stessa dimensione. Cinque di questi quadrati sono anneriti. Quanti rettangoli che non contengano alcun quadrato nero si possono individuare nella griglia? Attenzione: fra i rettangoli vanno considerati anche i quadrati, qualunque sia la loro dimensione!



[0099] I quadrati singoli rimasti bianchi sono 25, quelli ottenuti accostando quattro di questi quadrati sono 6; non si possono individuare altri quadrati. Contiamo ora i rettangoli non quadrati, rimasti bianchi e diversi fra loro, contenuti nelle singole righe e nelle singole colonne della griglia (in questo modo siamo sicuri di non contarne alcuno due volte). Quelli contenuti in una singola riga sono: 3 nella prima riga, 3 nella seconda, 10 nella terza, 2 nella quarta, 6 nella quinta, 3 nella sesta. Quelli contenuti in una singola colonna sono: 6 nella prima colonna, 6 nella seconda, 4 nella terza, 6 nella quarta, 15 nella quinta. Vi sono infine 3 rettangoli costituiti da sei quadrati ciascuno e 1 costituito da otto quadrati. Non vi sono altri rettangoli.

#### 7. Il ciclista

Un ciclista sale una strada di montagna mantenendo costantemente la velocità di 21 chilometri all'ora. Quando ridiscende la stessa strada raddoppia la sua velocità: così facendo impiega 50 minuti in meno del tempo che ha impiegato a salire. Quanti chilometri è lunga quella strada?

[0035] Raddoppiando la velocità si dimezza il tempo: allora per salire il ciclista ha impiegato 100 minuti. Alla velocità di 21 chilometri ogni 60 minuti, in 20 minuti si percorrono 7 chilometri, dunque in 100 minuti se ne percorrono 35.

## 8. La differenza

Emma scambia fra loro due delle cifre del numero 4129. La stessa cosa fa Luigi, senza sapere quali cifre ha scambiato Emma. Quale può essere, al massimo, la differenza fra il numero ottenuto da Emma e quello ottenuto da Luigi?

[7695] Scambiando due cifre in 4129, il numero più grande che si può ottenere è 9124 e il numero più piccolo è 1429.

## 9. La torta gelato

Per festeggiare il compleanno di Roberta, la mamma ha chiesto al gelataio di confezionare una torta gelato con il maggior numero di gusti possibile. Il gelataio, che ha a disposizione 15 gusti tra i quali limone e pistacchio, le ha detto che nella torta può metterne al massimo 13 a sua scelta. La mamma di Roberta non vuole che nella torta ci siano insieme i gusti limone e pistacchio. Tra quante diverse torte con 13 gusti ciascuna può scegliere la mamma di Roberta? (Due torte sono diverse se in una c'è almeno un gusto che non c'è nell'altra.)

[0027] Se si esclude il solo pistacchio e si vuole confezionare una torta con 13 dei rimanenti 14 gusti, esistono 14 possibilità, tante quanti sono i gusti disponibili rimasti (potendone e dovendone, di volta in volta, scartarne uno). La stessa cosa è vera se si esclude il solo limone. Così ragionando, però, la torta senza pistacchio e senza limone viene contata due volte.

## 10. Quanti anni ha il maestro?

Un numero intero maggiore di 1 viene detto *primo* se è divisibile solo per 1 e per se stesso (ad esempio, 13 è primo e 15 non lo è). Due numeri primi vengono detti consecutivi se non vi sono altri numeri primi tra di essi (ad esempio, 31 e 37 sono numeri primi consecutivi). Ad Angelo, che gli aveva chiesto la sua età, il maestro ha risposto: "Ho più di 30 anni e la mia età è il prodotto di due numeri primi che non sono consecutivi: infatti fra di essi vi è esattamente un numero primo diverso da essi". Naturalmente, il maestro di Angelo non è ancora in pensione. Quanti anni ha?

[0055] La lista dei numeri primi inizia con 2, 3, 5, 7, 11, 13,... . I due numeri primi per noi ammissibili che, moltiplicati fra loro, forniscono l'età del maestro non possono essere 2 e 5 e neppure 3 e 7: in entrambi i casi il prodotto è minore di 30. 5 e 11 sono accettabili. Non lo sono invece 7 e 13 e le coppie successive, in quanto il maestro non è ancora in pensione.

## 11. Il vasetto di zucchero

Giulia può riempire di zucchero un vasetto versandovi

- 6 cucchiaini piccoli, 3 cucchiaini medi e 1 cucchiaino grande,
- oppure 2 cucchiaini piccoli, 1 cucchiaino medio e 3 cucchiaini grandi,
- oppure 4 cucchiaini medi e 2 cucchiaini grandi,

tutti pieni di zucchero. Quanti cucchiaini piccoli pieni di zucchero occorrono per riempire il vasetto?

[0016] Dalla prima e dalla seconda informazione otteniamo che con 8 cucchiaini piccoli, 4 medi e 4 grandi si riempiono due vasetti. Dalla seconda e dalla terza informazione otteniamo che anche con 2 cucchiaini piccoli, 5 medi e 5 grandi si riempiono due vasetti. Allora 6 cucchiaini piccoli equivalgono a 1 cucchiaino medio e 1 cucchiaino grande, per cui con  $4 \times 6 + 8 = 32$  cucchiaini piccoli si possono riempire due vasetti.

## 12. Che sbadato!

A Natale Alessandro ha ricevuto un quaderno con 365 pagine. Ogni giorno, a partire dal primo gennaio scorso e iniziando dalla prima pagina, Alessandro ha scritto la data del giorno (senza l'anno) sulla prima pagina che ha trovato libera: ha cominciato dunque scrivendo 0101, poi 0201 e così via (in qualche giorno di febbraio ha scritto ad esempio 1302). Per sua sbadataggine, però, ha scritto le date come se tutti i mesi avessero 30 giorni. Che data ha scritto questa mattina?

[0805] Gennaio e marzo hanno 31 giorni, complessivamente due in più di quanti ne ha considerati Alessandro per quei mesi; febbraio quest'anno (che non è bisestile) ne ha avuti 28, dunque due in meno di quanti ne ha considerati Alessandro; per aprile i 30 giorni attribuiti da Alessandro sono corretti. Allora, in ogni giorno dal 1 aprile al 30 maggio, le date scritte da Alessandro sono corrette.

## 13. Il mosaico

Quello che vedete in figura è un mosaico formato accostando tessere quadrate bianche e tessere quadrate nere, tutte della stessa dimensione. Il bordo esterno del mosaico è costituito da 16 tessere nere. Immaginate un mosaico costruito allo stesso modo, il cui bordo esterno, però, è costituito da 4000 tessere nere. In questo mosaico immaginario, quante tessere nere vi sono in più rispetto alle tessere bianche?



[2001] Immaginiamo di levare le tessere nere di due dei lati adiacenti del bordo esterno, inclusi i tre vertici che sono estremi di questi lati: rimarrebbero tante tessere nere quante bianche. Allora, se il bordo esterno fosse costituito da 4000 tessere nere e dunque ogni lato con uno solo dei suoi estremi ne avesse 1000, levandone  $2000 + 1$  si otterrebbe la parità.

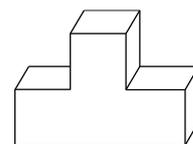
## 14. In questo millennio

Per un anno compreso fra il 2010 e il 2999, chiamiamo *quoziente dell'anno* il prodotto della prima con l'ultima cifra dell'anno diviso per la somma delle due cifre centrali. Per esempio, il quoziente di quest'anno è  $2 \times 5 : (0 + 1) = 10$ . In qualcuno dei prossimi anni, il quoziente dell'anno sarà maggiore di 10. Quale sarà l'ultimo anno di questo terzo millennio in cui il quoziente dell'anno sarà il maggiore possibile?

[2109] Il risultato di una divisione è massimo quando il numeratore è il massimo possibile e il denominatore è il minimo possibile. Nel corso di un millennio, il prodotto della prima con l'ultima cifra di un anno è massimo quando l'ultima cifra è 9. Se la somma delle due cifre centrali non è 0 (e questo accade tra il 2010 e il 2999, è minima quando è 1, cioè le due cifre centrali sono 0 e 1. I prossimi anni in cui questo accadrà sono solo il 2019 e il 2109.

## 15. Quattro cubi

Il solido che vedete in figura, preparato per EXPO 2015, è ottenuto accostando 4 cubi, ciascuno di due metri e mezzo di lato. Va verniciato da ogni lato, base compresa, perché ogni sua faccia dovrà poter essere visibile al pubblico. La vernice costa due euro al chilo e occorrono 5 chili di vernice per verniciare una superficie di quattro metri quadrati e mezzo. Quanti euro si spenderanno per la vernice necessaria a dare una mano di colore al solido?



[0250] Le facce visibili, base compresa, del solido sono 18. La superficie di ogni faccia è  $2,5 \times 2,5 = 6,25$  metri quadrati, dunque la superficie da verniciare è 112,5 metri quadrati. Si ha  $112,5 : 4,5 = 25$  e  $25 \times 5 \times 2 = 250$ .