



LIVELLO ÉCOLIER

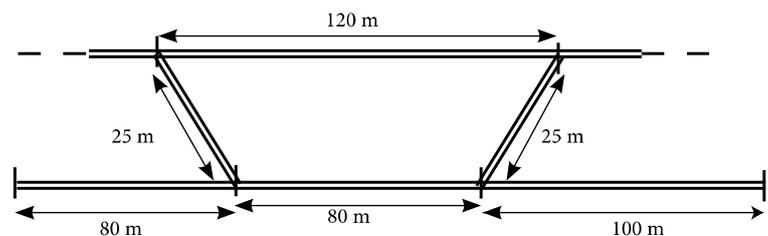
E1. (5 punti) Uno strano sportello bancomat può fornire somme di denaro solo inferiori a 1000 euro e solo con banconote da 5, 10, 20 e 50 euro, tutte in uguale quantità ad ogni prelievo. Quante sono le possibili diverse somme di denaro che si possono prelevare da quel bancomat?

E2. (7 punti) In un dado regolare la somma dei punti riportati su due facce opposte è sempre 7. Amedeo dice di aver costruito un dado non regolare per il quale si verificano tutti i seguenti tre fatti:

- vi sono facce con un numero dispari di punti;
- la somma dei punti riportati su due facce opposte è 7 se su una delle due compare un numero dispari di punti;
- la somma dei punti riportati su due facce opposte è 8 se su una delle due facce compare un numero pari di punti.

Anna non gli crede. Se pensi che abbia ragione Amedeo, indica uno dei dadi che potrebbe avere costruito; se pensi che faccia bene Anna a non credergli, spiega il motivo.

E3. (11 punti) Kang è una stazione su una linea a binario unico. In figura vedi lo schema dei binari di Kang, di ciascuno dei quali è indicata la lunghezza: il binario di corsa è quello superiore, mentre il binario inferiore inizia e termina con due tronchi "morti". Tutti i treni circolanti sulla



linea sono composti da una locomotiva, che è in testa, e da alcune carrozze: la lunghezza di ogni locomotiva e di ogni carrozza è 19 metri. Quali sono le condizioni meno restrittive da imporre sulla composizione di due treni perché possano incrociarsi in Kang? Tieni presente che è ammesso ogni tipo di manovra (in particolare i treni possono fare retromarcia) e di segnalamento compatibile con lo schema della stazione, ma **non** lo spezzamento dei treni in gruppi di carrozze.

E4. (14 punti) Sandro e Paolo fanno il seguente gioco. Ci sono 8 gettoni sul tavolo: si gioca a turno e, quando è il proprio turno, si possono levare 1, 2 o 3 gettoni: vince l'ultimo che riesce a prendere qualche gettone. Sandro vuole vincere a tutti i costi: gli conviene giocare per primo o lasciare che ad iniziare sia Paolo?

E5. (18 punti) Cecilia, che vuole delle patatine, è davanti a tre distributori automatici identici: uno di caramelle, uno di patatine, uno di biscotti. Non può vedere l'interno di alcuno dei tre, ma le hanno detto che l'etichetta con il prodotto contenuto, applicata su ciascuno dei tre, è sbagliata per ciascuno dei tre. Cecilia osserva un signore davanti a lei che, inserita una moneta in uno dei distributori, ottiene delle caramelle. Quanti tentativi dovrà fare per avere le patatine?

E6. (22 punti) 51 cornacchie sono allineate su un cavo elettrico sospeso. Quando (e solo quando) una di esse gracchia, la sua vicina di destra e quella di sinistra (o solo una delle due, nel caso la cornacchia sia ad una delle due estremità) prendono il volo e dopo un minuto esatto si rimettono al posto dove erano e gracchiano a loro volta. Inizia a gracchiare la prima cornacchia della fila. Dopo un'ora esatta da questa prima gracchiata, quante volte avrà gracchiato l'ultima cornacchia?



Kangourou della Matematica 2015
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 11 maggio 2015



LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Uno strano sportello bancomat può fornire somme di denaro solo inferiori a 1000 euro e solo con banconote da 5, 10, 20 e 50 euro, tutte in uguale quantità ad ogni prelievo. Quante sono le possibili diverse somme di denaro che si possono prelevare da quel bancomat?

Risposta: 11.

Soluzione. Il bancomat può fornire solo somme, inferiori a 1000 euro, che siano multipli di $50 + 20 + 10 + 5 = 85$. Dividendo 1000 per 85 si ottiene 11 con resto 65.

E2. (7 punti) In un dado regolare la somma dei punti riportati su due facce opposte è sempre 7. Amedeo dice di aver costruito un dado non regolare per il quale si verificano tutti i seguenti tre fatti:

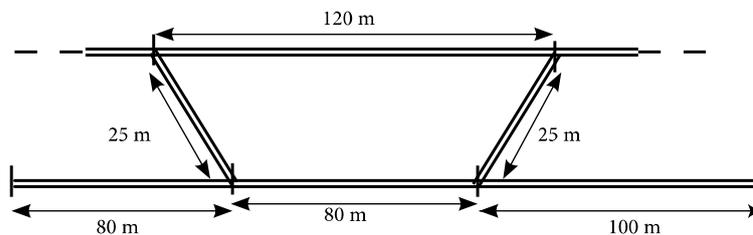
- vi sono facce con un numero dispari di punti;
- la somma dei punti riportati su due facce opposte è 7 se su una delle due compare un numero dispari di punti;
- la somma dei punti riportati su due facce opposte è 8 se su una delle due facce compare un numero pari di punti.

Anna non gli crede. Se pensi che abbia ragione Amedeo, indica uno dei dadi che potrebbe avere costruito; se pensi che faccia bene Anna a non credergli, spiega il motivo.

Risposta: ha ragione Anna.

Soluzione. Su almeno una faccia è presente un numero dispari di punti: allora il numero di punti riportato sulla faccia opposta deve essere pari (altrimenti la somma dei due numeri non potrebbe essere 7). La terza condizione, però, impone che in questo caso la somma dei numeri presenti sulle stesse due facce sia 8: impossibile.

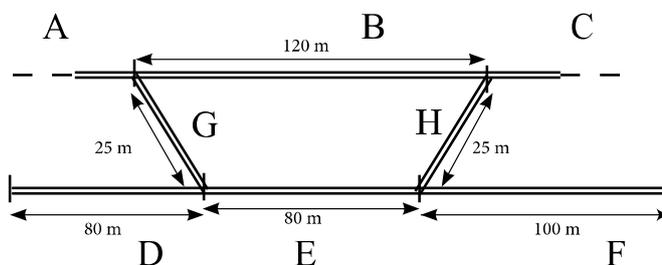
E3. (11 punti) Kang è una stazione su una linea a binario unico. In figura vedi lo schema dei binari di Kang, di ciascuno dei quali è indicata la lunghezza: il binario di corsa è quello superiore, mentre il binario inferiore inizia e termina con due tronchi "morti".



Tutti i treni circolanti sulla linea sono composti da una locomotiva, che è in testa, e da alcune carrozze: la lunghezza di ogni locomotiva e di ogni carrozza è 19 metri. Quali sono le condizioni meno restrittive da imporre sulla composizione di due treni perché possano incrociarsi in Kang? Tieni presente che è ammesso ogni tipo di manovra (in particolare i treni possono fare retromarcia) e di segnalamento compatibile con lo schema della stazione, ma **non** lo spezzamento dei treni in gruppi di carrozze.

Risposta: che almeno uno dei due treni non abbia, oltre alla locomotiva, più di 9 carrozze.

Soluzione. Perché due treni si possano incrociare, occorre che rimanga libero un itinerario di "corsa": dei due possibili (ABC e AGEHC) conviene che rimanga libero il più breve, dunque ABC. Il più lungo dei tratti di binario, fuori dal binario di corsa ABC, dove può essere ricoverato un treno senza



che venga spezzato è GEF che è lungo 205 metri. Poiché $205 : 19 = 10$ con resto 15, non possono essere ricoverati treni con più di 9 carrozze (oltre alla locomotiva). Un treno di 10 pezzi può essere ricoverato nel modo seguente, purché il treno incrociante (che può essere lungo quanto si vuole) sia tenuto a distanza sufficiente da consentire le manovre descritte.

Distinguiamo due casi.

Il treno da 10 pezzi arriva da sinistra: può essere ricoverato subito nel tratto GEF.

Il treno da 10 pezzi arriva da destra: tenendo a debita distanza il treno incrociante (che arriva da sinistra), percorrendo CBA può arrivare ad avere l'ultima carrozza in A; in retromarcia può allora essere ricoverato nel tratto GEF.

E4. (14 punti) Sandro e Paolo fanno il seguente gioco. Ci sono 8 gettoni sul tavolo: si gioca a turno e, quando è il proprio turno, si possono levare 1, 2 o 3 gettoni: vince l'ultimo

che riesce a prendere qualche gettone. Sandro vuole vincere a tutti i costi: gli conviene giocare per primo o lasciare che ad iniziare sia Paolo?

Risposta: lasciare che ad iniziare sia Paolo.

Soluzione. Il secondo che gioca può prendere 1, 2 o 3 gettoni a seconda che il primo ne abbia appena presi rispettivamente 3, 2 o 1: in questo modo rimangono sul tavolo 4 gettoni e si può ripetere la strategia.

E5. (18 punti) Cecilia, che vuole delle patatine, è davanti a tre distributori automatici identici: uno di caramelle, uno di patatine, uno di biscotti. Non può vedere l'interno di alcuno dei tre, ma le hanno detto che l'etichetta con il prodotto contenuto, applicata su ciascuno dei tre, è sbagliata per ciascuno dei tre. Cecilia osserva un signore davanti a lei che, inserita una moneta in uno dei distributori, ottiene delle caramelle. Quanti tentativi dovrà fare per avere le patatine?

Risposta: le potrà ottenere al primo colpo.

Soluzione. Cecilia osserva l'etichetta presente sul distributore usato dal signore: può essere l'etichetta "biscotti" oppure l'etichetta "patatine". Se è l'etichetta "biscotti", sarà il distributore con l'etichetta "caramelle" a contenere patatine: infatti, se così non fosse, le patatine starebbero nel distributore con l'etichetta "patatine". Se è l'etichetta "patatine", sarà il distributore con l'etichetta "biscotti" a contenere patatine: infatti, se così non fosse, i biscotti starebbero nel distributore con l'etichetta "biscotti".

E6. (22 punti) 51 cornacchie sono allineate su un cavo elettrico sospeso. Quando (e solo quando) una di esse gracchia, la sua vicina di destra e quella di sinistra (o solo una delle due, nel caso la cornacchia sia ad una delle due estremità) prendono il volo e dopo un minuto esatto si rimettono al posto dove erano e gracchiano a loro volta. Inizia a gracchiare la prima cornacchia della fila. Dopo un'ora esatta da questa prima gracchiata, quante volte avrà gracchiato l'ultima cornacchia?

Risposta: 6.

Soluzione. Passato un minuto da quando la prima cornacchia ha gracchiato, la seconda ritorna e gracchia, facendo partire la terza (e la prima) e così via. Allora l'ultima delle 51 cornacchie gracchia per la prima volta 50 minuti dopo che ha gracchiato la prima: a quel punto parte la penultima che gracchierà (al suo ritorno) dopo 1 minuto, facendo ripartire l'ultima, che dunque gracchierà (al suo secondo ritorno) dopo un altro minuto per la seconda volta. Gracchierà ancora dopo 2 minuti per la terza volta e dunque dopo altri 6 minuti, a un'ora esatta da quando la prima ha gracchiato per la prima volta, avrà gracchiato complessivamente 6 volte.