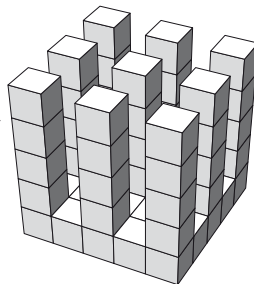


**Kangourou Italia**  
**Gara del 20 marzo 2014**  
**Categoria Student**  
**Per studenti di quarta e quinta della**  
**secondaria di secondo grado**



**I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno**

1. Da un cubo di dimensioni  $5 \times 5 \times 5$ , ottenuto accostando cubetti di dimensioni  $1 \times 1 \times 1$ , vengono tolti alcuni dei cubetti in modo da ottenere il solido in figura, formato da una base piatta di altezza 1 sormontata da alcune colonne, tutte della stessa altezza 4.



Quanti sono in totale i cubetti eliminati?

- A) 56                      B) 60                      C) 64  
D) 68                      E) 80

2. Carla, Emilia e Giulia compiono tutte e tre gli anni oggi. La somma delle loro età è 44. Quale sarà la somma delle loro età la prossima volta in cui sarà di nuovo un numero formato da due cifre uguali?

- A) 55                      B) 66                      C) 77                      D) 88                      E) 99

3. Se  $a^b = \frac{1}{2}$ , quanto vale  $a^{-3b}$ ?

- A)  $\frac{1}{8}$                       B)  $-8$                       C) 6                      D)  $\frac{1}{6}$                       E) 8

4. Tre cesti di misure diverse contengono complessivamente 48 palline. Il cesto più piccolo contiene metà delle palline del cesto medio, e contando insieme le palline contenute nei cesti più piccolo e più grande si ottiene il doppio del numero di palline contenute nel cesto medio. Quante palline contiene il cesto più grande?

- A) 16                      B) 20                      C) 24                      D) 30                      E) 32

5. Quanto vale  $\frac{2^{2014} - 2^{2013}}{2^{2013} - 2^{2012}}$  ?

- A)  $2^{2011}$                       B)  $2^{2012}$                       C)  $2^{2013}$                       D) 1                      E) 2

6. Quale dei seguenti polinomi non ammette fra i suoi fattori  $b + 1$ ?

- A)  $2b + 2$                       B)  $b^2 - 1$                       C)  $b^2 + b$   
D)  $-1 - b$                       E)  $b^2 + 1$

STUDENT



7. Quante cifre ha il risultato del prodotto  $(2^{22})^5 \cdot (5^{55})^2$ ?

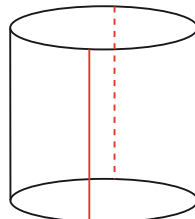
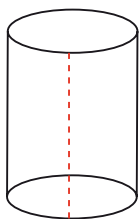
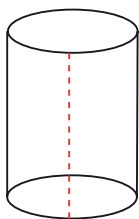
- A) 22                      B) 55                      C) 77                      D) 110                      E) 111

8. Enrico ha un account di posta riservato il cui indirizzo è noto solo a 4 amici. Oggi ha ricevuto 8 messaggi. Quale tra le affermazioni seguenti è necessariamente vera?

- A) Ogni amico ha inviato due messaggi.  
B) Non è possibile che tutti i messaggi arrivino da un unico amico.  
C) Ciascun amico ha inviato almeno un messaggio.  
D) Uno degli amici ha inviato almeno 2 messaggi.  
E) Un solo amico ha inviato più di 2 messaggi.

9. Osserva la figura. Le superfici laterali di due cilindri identici vengono tagliate lungo le linee tratteggiate ed incollate insieme per formare la superficie laterale di un cilindro più grande. Che cosa si può dire del volume  $V$  del cilindro grande rispetto al volume  $v$  di ciascuno dei due cilindri piccoli?

STUDENT



- A)  $V = 2v$   
D)  $V = 4v$

- B)  $V = 3v$   
E)  $V = 8v$

- C)  $V = \pi v$

10. Il numero 2014 è formato da cifre tutte diverse fra loro, e l'ultima è più grande della somma delle prime tre. Quanti anni sono passati dall'ultimo anno con questa proprietà?

- A) 5                      B) 215                      C) 395                      D) 485  
E) Un numero diverso dai precedenti.

### I quesiti dal n. 11 al n. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. In ogni partita di calcio, chi vince guadagna 3 punti, chi perde 0 e in caso di pareggio ogni squadra guadagna 1 punto. Quattro squadre, A, B, C, D, prendono parte ad un torneo in cui ogni squadra gioca una e una sola volta contro ciascuna delle altre. Al termine del torneo, la squadra A ha 7 punti mentre le squadre B e C hanno 4 punti ciascuna; quanti punti ha totalizzato la squadra D?

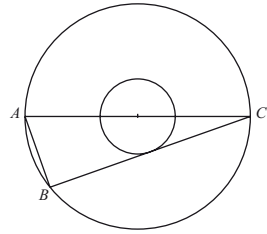
- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

12. Quale dei seguenti numeri è divisibile per 5?

- A)  $2^{100} + 1$                       B)  $2^{101} + 1$                       C)  $2^{102} + 1$   
D)  $2^{103} + 1$                       E)  $2^{104} + 1$



13. I raggi dei due cerchi concentrici in figura hanno lunghezze che stanno in proporzione 1: 3.  $AC$  è il diametro del cerchio grande;  $BC$  è una corda del cerchio grande tangente al cerchio piccolo. Si sa che la lunghezza del segmento  $AB$  è 12 cm: quanti cm misura il raggio del cerchio grande?



- A) 13                      B) 18                      C) 21  
D) 24                      E) 26

14. Quante terne di numeri interi  $(a, b, c)$  con  $a > b > c > 1$  soddisfano la disuguaglianza  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Infinite

15. Sia  $n$  un numero intero positivo e  $a, b, c$  siano numeri diversi da 0. Si sa che i due numeri  $(-2)^{2n+3} a^{2n+2} b^{2n-1} c^{3n+2}$  e  $(-3)^{2n+2} a^{4n+1} b^{2n+5} c^{3n-4}$  hanno lo stesso segno.

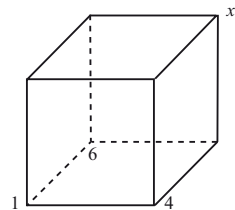
Quale tra le seguenti disuguaglianze deve essere vera?

- A)  $a > 0$                       B)  $b > 0$                       C)  $c > 0$                       D)  $a < 0$                       E)  $b < 0$

16. Per quale valore di  $n$  è vero che 6 settimane sono  $n!$  secondi? (Ricorda che  $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ )

- A) 6                      B) 7                      C) 8                      D) 10                      E) 12

17. I vertici del cubo in figura sono numerati da 1 a 8 in modo tale che, sommando i numeri sui quattro vertici di ciascuna faccia, si ottenga sempre lo stesso risultato al variare della faccia. I numeri 1, 4 e 6 sono già stati assegnati ad alcuni vertici: che valore deve prendere  $x$ ?



- A) 2                      B) 3                      C) 5  
D) 7                      E) 8

18. L'etichetta su una confezione di formaggio cremoso dice: grasso totale 24%. Sulla stessa etichetta si legge anche: percentuale di grasso sul residuo secco (cioè sulla parte di prodotto non costituita da acqua) 64%. Qual è la percentuale di acqua in quel formaggio?

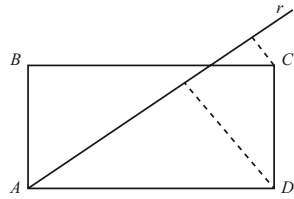
- A) 88 %                      B) 62.5 %                      C) 49 %                      D) 42 %                      E) 37.5 %

STUDENT



19. Osserva la figura. La retta  $r$  passa per il vertice  $A$  di un rettangolo  $ABCD$ . La distanza del punto  $C$  dalla retta  $r$  è 2, la distanza del punto  $D$  da  $r$  è 6. Se la lunghezza di  $AD$  è il doppio di quella di  $AB$ , quanto misura  $AD$ ?

- A) 10                      B) 12                      C) 14  
D) 16                      E)  $4\sqrt{3}$



20.  $a$  e  $b$  sono due numeri reali. La funzione  $f$  definita da  $f(x) = ax + b$  soddisfa le uguaglianze  $f(f(f(1))) = 29$  e  $f(f(f(0))) = 2$ . Quanto vale  $a$ ?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**I quesiti dal n. 21 al n. 30 valgono 5 punti ciascuno**

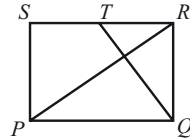
STUDENT

21. Sulla lavagna sono scritti 10 numeri interi positivi diversi tra loro: chiamiamo  $M$  il più grande. Si sa che esattamente 5 di essi sono divisibili per 5 ed esattamente 7 sono divisibili per 7. Qual è il minimo valore che può assumere  $M$ ?

- A) 105                      B) 77                      C) 75                      D) 63  
E) Nessuno dei valori elencati.

22. Nel rettangolo  $PQRS$ , chiamiamo  $T$  il punto medio del lato  $RS$ . Si sa che  $QT$  è perpendicolare alla diagonale  $PR$ . Quanto vale il rapporto tra la lunghezza di  $PQ$  e quella di  $QR$ ?

- A) 2 : 1                      B)  $\sqrt{3} : 1$                       C) 3 : 2  
D)  $\sqrt{2} : 1$                       E) 5 : 4



23. In una tribù di canguri ci sono 9 individui speciali, chiamati Supercanguri, che sono gli unici con il pelo color oro o color argento. Ad ogni incontro casuale di 3 Supercanguri, la probabilità che nessuno di loro sia color argento è  $2/3$ . Quanti sono i Supercanguri color oro?

- A) 1                      B) 3                      C) 5                      D) 6                      E) 8

24. Come si vede nella figura, un quadrato è incastrato esattamente tra una retta (orizzontale) e due cerchi uguali tangenti alla retta e tangenti tra di loro. Se il raggio dei cerchi è 1, quanto misura il lato del quadrato?

- A)  $\frac{2}{5}$                       B)  $\frac{1}{4}$                       C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
D)  $\frac{1}{5}$                       E)  $\frac{1}{2}$



25. Tommaso vuole scegliere dei numeri interi positivi, tutti diversi tra loro e tutti non più grandi di 100, in maniera che il loro prodotto non sia divisibile per 54. Quanti numeri può scegliere al massimo?

- A) 8                      B) 17                      C) 68                      D) 69                      E) 90

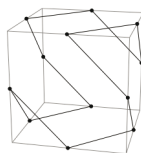
26. Due poligoni regolari, con i lati di lunghezza 1, giacciono in semipiani opposti rispetto alla retta contenente il loro lato comune AB. Uno di essi è un poligono con 15 lati, ABCD... e l'altro un poligono con  $n$  lati, ABZY... . Per quale valore di  $n$  anche la lunghezza del segmento CZ vale 1?

- A) 10                      B) 12                      C) 15                      D) 16                      E) 18

27. Al variare di tutte le terne  $(k, m, n)$  di interi positivi tali che valgano le uguaglianze  $k = (2014 + m)^{1/n} = 1024^{1/n} + 1$ , quanti valori diversi può assumere il numero  $m$ ?

- A) Non esiste alcuna terna di questo tipo.  
B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Infiniti

28. La figura mostra una spezzata poligonale i cui vertici sono tutti i punti medi degli spigoli di un cubo. Definiamo, come d'uso, angolo interno formato da due lati di una poligonale, che si incontrano in un vertice, come l'angolo di misura non superiore a  $180^\circ$  formato dai due lati nel piano che li contiene.



Qual è la somma delle misure in gradi di tutti gli angoli interni della spezzata poligonale in figura?

- A) 720                      B) 1080                      C) 1200                      D) 1440                      E) 1800

STUDENT

29. Sia  $\mathbf{Z}$  l'insieme dei numeri interi relativi. La funzione  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  soddisfa le condizioni  $f(4) = 6$  e  $x \cdot f(x) = (x - 3) \cdot f(x + 1)$  per ogni  $x$  appartenente a  $\mathbf{Z}$ .

Quanto vale  $f(4) \cdot f(7) \cdot f(10) \cdot \dots \cdot f(2011) \cdot f(2014)$ ?

- A) 2013                      B) 2014                      C) 2013 · 2014  
D) 2013!                      E) 2014!

30. Nella foresta di un'isola immaginaria vivono tre specie di animali: leoni, lupi e capre. I lupi possono mangiare solo le capre, i leoni mangiano sia le capre che i lupi mentre le capre sono vegetariane. L'isola però è magica, e così ogni lupo quando mangia una capra diventa un leone, mentre un leone diventa un lupo quando mangia una capra e diventa una capra quando mangia un lupo. In questo istante sull'isola ci sono 17 capre, 55 lupi e 6 leoni. Qual è il numero massimo di animali che ci potranno essere sull'isola quando non ci sarà più alcuna possibilità che un animale ne divori un altro (di specie diversa)?

- A) 1                      B) 6                      C) 17                      D) 23                      E) 35



STRINGA STUDENT 2014

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>C</b>	<b>C</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>E</b>	<b>E</b>	<b>E</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>E</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>D</b>