

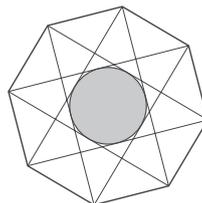
Kangourou Italia
Gara del 21 marzo 2013
Categoria Student
Per studenti di quarta e quinta della
secondaria di secondo grado



I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Quale è il più grande tra i seguenti numeri?
A) 2013 B) 2^{0+13} C) 20^{13} D) 201^3 E) $20 \cdot 13$

2. L'ottagono regolare in figura ha i lati lunghi 10 cm. Quanti centimetri misura il raggio del cerchio inscritto nell'ottagono regolare formato dalle diagonali che sono parallele a qualche lato?
A) 10 B) 7,5 C) 5
D) 2,5 E) 2



3. Se un prisma ha, in totale, 2013 facce, quanti spigoli deve avere?
A) 2011 B) 2013 C) 4022 D) 4024 E) 6033

4. La radice cubica di $3^{(3^3)}$ vale
A) 3^3 B) $3^{(3^3-1)}$ C) $3^{(2^3)}$ D) $3^{(3^2)}$ E) $(\sqrt{3})^3$

5. L'anno 2013 ha la proprietà che il numero che lo individua è formato da quattro cifre consecutive. Quanti anni sono trascorsi dall'ultima volta in cui un anno ha goduto di questa stessa proprietà?
A) 467 B) 527 C) 581 D) 693 E) 990

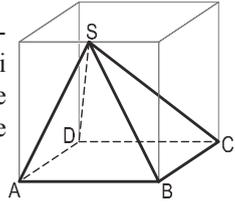
6. Sia f un funzione lineare tale che $f(2013) - f(2001) = 100$. Quanto vale $f(2031) - f(2013)$?
A) 75 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180

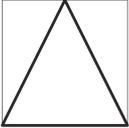
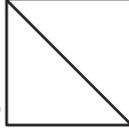
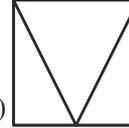
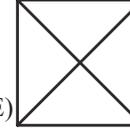
7. Quante delle seguenti disuguaglianze sono vere per ogni numero x tale che $2 < x < 3$?
 $4 < x^2 < 9$ $4 < 2x < 9$ $6 < 3x < 9$ $0 < x^2 - 2x < 3$
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Sei supereroi catturano 20 malfattori. Il primo supereroe ne cattura uno, il secondo due e il terzo tre; il quarto cattura più malfattori di ciascuno dei suoi cinque colleghi. Qual è il minimo numero di malfattori che deve aver catturato il quarto supereroe?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3



9. All'interno del cubo trasparente in figura si vede una piramide ABCDS, non trasparente, il cui vertice S è il punto medio di uno degli spigoli del cubo. Per ciascuna delle sue facce, potete guardare il cubo dalla direzione ad essa perpendicolare: quale delle seguenti figure non può mai comparire?



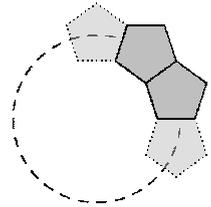
- A)  B)  C)  D)  E) 

10. Quando una certa sostanza solida si liquefà, il suo volume aumenta di $1/12$; di quanto diminuisce il suo volume quando si solidifica?
 A) $1/10$ B) 12 C) $1/12$ D) $1/13$ E) 13

STUDENT

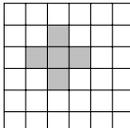
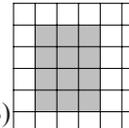
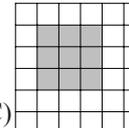
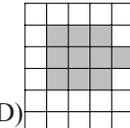
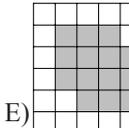
I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Riccardo ha dei tasselli di plastica tutti uguali fra loro, a forma di pentagono regolare. Li accosta incollando i lati senza sovrapposizioni, in modo da realizzare una costruzione circolare come in figura. Quanti pezzi ha incollato insieme?
 A) 8 B) 9 C) 10
 D) 12 E) 15



12. Quanti interi positivi n esistono tali che $\frac{n}{3}$ e $3n$ siano entrambi numeri interi di tre cifre?
 A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

13. Un pavimento rivestito di piastrelle quadrate è parzialmente coperto da un tappeto rotondo. Nelle figure seguenti le piastrelle ombreggiate rappresentano tutte e sole le piastrelle che hanno più di un punto coperto dal tappeto. Quale figura non può essere ottenuta?

- A)  B)  C)  D)  E) 

14. Per una funzione f definita sull'insieme degli interi e a valori interi, consideriamo la seguente affermazione: "Per ogni x pari, $f(x)$ è pari."
 Quale dei seguenti enunciati è la negazione di tale affermazione?
 A) Per ogni x pari, $f(x)$ è dispari.
 B) Per ogni x dispari, $f(x)$ è pari.



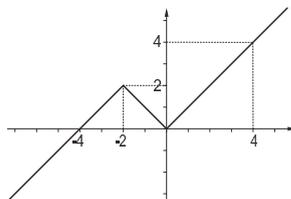
- C) Per ogni x dispari, $f(x)$ è dispari.
 D) Esiste un numero x pari tale che $f(x)$ è dispari
 E) Esiste un numero x dispari tale che $f(x)$ è pari.

15. Quanti diversi rettangoli esistono che abbiano un lato di lunghezza 5 e che possano venir spezzati in un quadrato ed un rettangolo, uno dei quali abbia area 4?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

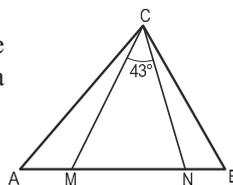
16. Nella figura vedete il grafico di una funzione f reale definita su tutto l'asse reale, che è formato da due semirette e da un segmento che le congiunge. Quante soluzioni distinte ha l'equazione $f(f(f(x))) = 0$?

- A) 4 B) 3 C) 2
 D) 1 E) 0



17. Nel triangolo ABC sono stati fissati sul lato AB i punti M e N in modo che $\overline{AN} = \overline{AC}$ e $\overline{BM} = \overline{BC}$. Determinare l'ampiezza dell'angolo ACB sapendo che l'angolo MCN misura 43° .

- A) 86° B) 89° C) 90°
 D) 92° E) 94°



STUDENT

18. Quante coppie distinte (x, y) di interi positivi soddisfano l'equazione

$$x^2 y^3 = 612?$$

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12
 E) Un numero diverso dai precedenti

19. In una scatola ci sono 900 carte numerate da 100 a 999 (ciascun numero su una e una sola carta). Francesca pesca delle carte e, per ciascuna, calcola la somma delle cifre del numero riportato sulla carta. Qual è il numero minimo di carte che deve pescare per essere sicura di avere almeno 3 carte per i cui numeri la somma delle cifre sia la stessa?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

20. Sia f la funzione reale definita su tutto l'asse reale dalle proprietà seguenti:

- f è periodica di periodo 5;
- la legge che descrive la restrizione di f all'intervallo $[-2, 3[$ è $f(x) = x^2$.

Quanto vale $f(2013)$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

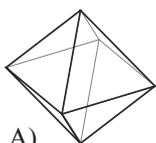
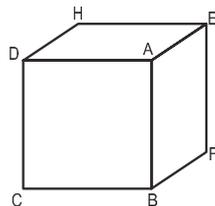


I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

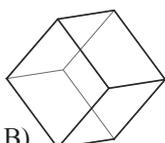
21. Per quante coppie (x, y) di interi tali che $x \leq y$, risulta
 $xy = 5(x + y)$?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

22. Il cubo pieno in figura viene tagliato lungo il piano che passa per i tre vertici B, D ed E adiacenti ad A. In modo analogo il cubo viene tagliato anche lungo i sette piani che passano per i tre vertici adiacenti a ciascuno degli altri sette vertici. Una volta separate le parti sezionate del cubo, quale delle seguenti figure rappresenta la parte di cubo contenente il centro del cubo stesso?



A)



B)



C)



D)

E) Nessuna delle precedenti.

23. Nel piano sono state tracciate alcune rette. La retta a interseca esattamente tre rette (diverse da se stessa) e la retta b interseca esattamente quattro rette. Il numero esatto delle rette intersecate dalla retta c non è né tre né quattro. Quante sono le rette tracciate nel piano?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7
 E) Un numero diverso dai precedenti

24. Quante coppie (x, y) di numeri reali sono soluzioni dell'equazione
 $x^2 + y^2 = |x| + |y|$?

- A) 1 B) 5 C) 8 D) 9 E) Infinite

25. Sia f la funzione definita sull'insieme dei numeri naturali da:

$$f(n) = n/2 \text{ se } n \text{ è pari, } f(n) = (n-1)/2 \text{ se } n \text{ è dispari.}$$

Per ogni intero positivo k , sia $f^k(n) = f(f(\dots f(n)\dots))$, cioè f applicata k volte.

Quante soluzioni ha l'equazione $f^{2013}(n) = 1$?

- A) 0 B) 4026 C) 2^{2012} D) 2^{2013} E) Infinite

26. Scegliendo tre dei vertici di un poligono regolare si identifica un triangolo. Se il poligono ha 13 lati, quanti dei triangoli che si possono formare in questo modo hanno al proprio interno il centro del poligono (cioè il centro della circonferenza inscritta)?

- A) 65 B) 85 C) 91 D) 104
 E) Un numero diverso dai precedenti.

STUDENT



27. n è un numero intero tale che la somma dei primi n interi positivi sia un numero di tre cifre tutte uguali tra loro. Qual è la somma delle cifre di n ?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

28. Sull'isola dei Maghi e degli Stregoni vivono due soli tipi di individui: Maghi (che dicono sempre la verità) e Stregoni (che mentono sempre). Ho incontrato due individui che vivono sull'isola ed ho chiesto al più alto se fossero tutti e due Maghi: dalla sua risposta non ho potuto dedurre di che natura fossero, e così ho chiesto al più basso se il suo vicino fosse un Mago. La sua risposta mi ha fatto capire la natura di ciascuno dei due: quale era?

- A) Erano entrambi Maghi.
 B) Erano entrambi Stregoni.
 C) Il più alto era un Mago e il più basso uno Stregone.
 D) Il più alto era uno Stregone e il più basso un Mago.
 E) Le informazioni date non sono sufficienti per rispondere.

29. Giuliana ha scritto un algoritmo per generare una successione di numeri:

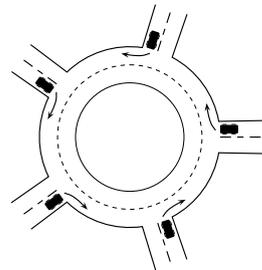
$$a_1 = 1, \quad a_{m+n} = a_m + a_n + mn, \quad \text{con } m \text{ ed } n \text{ numeri naturali.}$$

Quanto vale a_{100} ?

- A) 100 B) 1000 C) 2012 D) 4950 E) 5050

30. Cinque auto entrano contemporaneamente, da cinque direzioni distinte, nella rotonda mostrata in figura. Ogni auto compie un percorso inferiore a un giro completo, e nessuna coppia di auto esce dalla rotonda nella stessa direzione. In quanti modi diversi il gruppo delle cinque auto può lasciare la rotonda?

- A) 24 B) 44 C) 60
 D) 81 E) 120



STUDENT



COMITATO SCIENTIFICO DI KANGOUROU DELLA MATEMATICA

Prof. A. Arosio (Università degli Studi di Parma)
Prof.ssa L. Capelli (Direzione Regionale della Liguria)
Prof.ssa S. De Stefano (Università degli Studi di Milano)
Prof. G. L. Forti (Università degli Studi di Milano)
Prof. M. Gobbino (Università degli Studi di Pisa)
Prof. A. Lissoni (Kangourou Italia)
Prof.ssa E. Maluta (Politecnico di Milano)
Prof.ssa A. Rossi (Liceo Leonardo di Brescia)
Prof. C. Zanco (Università degli Studi di Milano)



STRINGA STUDENT 2013

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	C	E	D	C	D	E	B	E	D	C	A	E	D	D	A	E	E	C	D	A	A	C	E	D	C	B	D	E	B