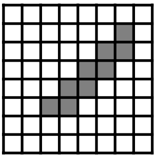
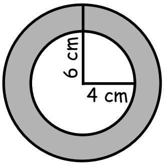
Kangourou Italia
Gara del 16 marzo 2006
Categoria Student
Per studenti di quarta o quinta superiore

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti

1. Quale dei seguenti numeri è il più grande?
A) 2006×2006 B) 2005×2007 C) 2004×2008 D) 2003×2009 E) 2002×2010



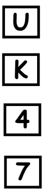
2. Osserva la figura: ai quadratini colorati in grigio puoi aggiungerne altri, senza che il perimetro della regione colorata in grigio aumenti. Quanti puoi aggiungerne, al massimo?
A) 0 B) 7 C) 18 D) 12 E) 16



3. Stefania ha due pendagli costruiti con lo stesso materiale, dello stesso spessore e dello stesso peso. Trascurando lo spessore, uno ha la forma di una corona circolare con raggio esterno di 6 cm e raggio interno di 4 cm, l'altro ha semplicemente la forma di un cerchio. Qual è il suo raggio in centimetri?
A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{10}$

4. *a, b, c, d, e* sono cinque numeri in progressione aritmetica. Si sa che $b = 5{,}5$ ed $e = 10$. Quanto vale *a*?
A) 0,5 B) 3 C) 4 D) 4,5 E) 5

5. Se $4^a = 9$ e $9^b = 256$, allora ab è uguale a
A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4



6. Ognuna delle quattro carte che vedi in figura presenta su una faccia una lettera e sulla faccia opposta un numero. Pietro afferma: "Qualunque sia la carta, se su una faccia c'è una vocale, sulla faccia opposta c'è un numero pari". Alice non si fida e vorrebbe controllare. Quali carte è necessario e sufficiente che Alice rovesci per stabilire se Pietro ha detto la verità?
A) U, 7 B) U C) U, 4, 7 D) U, 4 E) U, K, 4, 7

7. In occasione di una partita particolarmente importante, il prezzo del biglietto per entrare allo stadio è stato aumentato del 20% rispetto alle partite precedenti. In conseguenza di questo, però, l'affluenza degli spettatori è diminuita del 20%. Rispetto alle partite precedenti l'incasso è
A) rimasto invariato. B) aumentato del 2%. C) diminuito del 2%.
D) aumentato del 4%. E) diminuito del 4%.

8. Due circonferenze giacciono su uno stesso piano; i loro raggi misurano 3 metri e 5 metri e vi sono esattamente tre rette tangenti ad entrambe. Allora la distanza in metri fra i loro centri è
A) minore di 2 B) 2 C) 4 D) 8 E) maggiore di 8

9. Una mela, o una sua parte, che galleggino sulla superficie di un lago emergono da essa per 1/3 della loro massa. Un pesce e un gabbiano si gettano contemporaneamente su una mela intera che galleggia ed iniziano a mangiare rispettivamente la parte sommersa e la parte emergente. A parità di tempo impiegato, il gabbiano mangia il doppio del pesce. Quando tutta la mela sarà stata mangiata, quale frazione della mela avrà mangiato il gabbiano?
A) 2/3 B) 1/3 C) 1/2 D) 2/9 E) 7/9

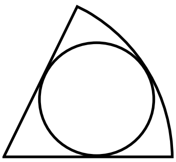
10. Una galleria ha una sezione semi-circolare del diametro di 10 metri. Il tetto (piatto) di un autobus viene a contatto con la volta della galleria se le sue ruote di destra (a filo con la fiancata) sono a due metri dal bordo destro della galleria. Qual è in metri l'altezza dell'autobus?
A) 2,70 B) 3,20 C) 3,60 D) 4,00 E) 4,50

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti

11. Se dividi 1001 per un opportuno numero di una cifra, ottieni per resto 5. Se dividi 2006 per lo stesso numero, che resto ottieni?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. Di tre numeri interi positivi a, b, c si sa che sono primi, che $a > b > c$, che $a + b + c = 90$ e che $a - b - c = 28$. Quanto vale abc ?
A) 590 B) 1062 C) 1239 D) 2006 E) 3422

13. Il raggio del settore circolare e il raggio del cerchio in figura stanno nel rapporto 3:1. In che rapporto stanno l'area del settore e l'area del cerchio?



A) 3:2 B) 4:3 C) 5:3 D) 6:5 E) 5:4

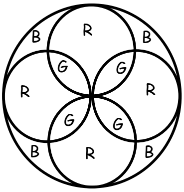
14. L'anno scorso in un coro polifonico gli uomini erano 30 in più rispetto alle donne. Quest'anno il numero degli elementi del coro è cresciuto del 10%: il numero delle donne è cresciuto del 20%, quello degli uomini del 5%. Quanti elementi ha il coro quest'anno?

A) 88 B) 99 C) 110 D) 121 E) 13

15. Considera tutti i numeri interi positivi di 9 cifre che puoi costruire usando per ciascuno tutte le 9 cifre 1,2,…,9. Supponi che ognuno di quei numeri sia scritto su un foglietto (un solo numero su ogni foglietto) e che i foglietti siano depositati in un'urna. Qual è il minimo numero di foglietti che ti basta estrarre dall'urna, se vuoi essere sicuro a priori che, fra i numeri riportati sui foglietti estratti, ve ne siano almeno due che, in qualche posizione, hanno la stessa cifra?

A) 20160 B) 40320 C) 72 D) 10 E) 9

16. Una finestra di una catterale presenta una vetrata come quella in figura, dove le lettere R, G e B rappresentano vetri di colore rispettivamente rosso, giallo e blu. La superficie occupata da vetro giallo misura 400 dm^2 . Quanti dm^2 misura la superficie occupata da vetro blu?



A) 396 B) 400 C) 120 π D) $90\sqrt{2}\,\pi$ E) 382

17. Se *a* e *b* sono due numeri maggiori di 1, quale fra i numeri seguenti è il maggiore?

A) $\frac{a}{b-1}$ B) $\frac{a}{b+1}$ C) $\frac{2a}{2b+1}$ D) $\frac{2a}{2b-1}$ E) $\frac{3a}{3b+1}$

18. Sedici squadre giocano un torneo di pallavolo. Ogni squadra affronta una e una sola volta ogni altra squadra: ad ogni partita, la squadra vincente avanza di un punto in classifica, mentre la squadra perdente rimane con il punteggio che aveva (non vi possono essere pareggi). Al termine del torneo, la classifica appare in progressione aritmetica. Quanti punti ha ottenuto la squadra che è arrivata ultima?

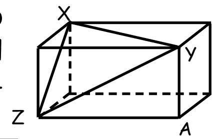
A) 3 B) 2 C) 1 D) Un punteggio diverso da 3, 2, 1.
E) La situazione descritta non si può verificare.

Student

19. Quanti angoli di ampiezza inferiore a 60° può avere, al massimo, un poligono convesso?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

20. In figura è rappresentato un parallelepipedo rettangolo. Le misure, in centimetri, dei lati del triangolo XYZ sono 8, 9 e $\sqrt{55}$. Quanto misura, in centimetri, la diagonale XA?



A) $\sqrt{90}$ B) 10 C) $\sqrt{120}$ D) 11 E) $\sqrt{200}$

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti

21. In figura 1 appare una griglia 4×4 a celle bianche e grigie. Su di essa siamo autorizzati a compiere esclusivamente mosse del tipo seguente: scambiare fra loro due celle che stiano su una stessa riga o su una stessa colonna. Qual è il minimo numero di mosse che ci consente di ottenere la raffigurazione mostrata nella figura 2?

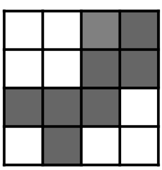


figura 1

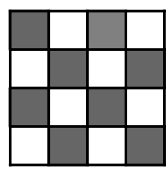


figura 2

A) Non riusciremo mai ad ottenerla se compiamo soltanto mosse autorizzate.
B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

22. Per quanti numeri interi positivi n la potenza n^{300} è un numero che, in notazione decimale, non ha più di 100 cifre?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Più di 4, ma un numero finito.

23. Quanti sottoinsiemi dell'insieme {1, 2, 3, …, 12} sono tali che la somma del più piccolo e del più grande dei loro elementi sia 13?

A) 1024 B) 1175 C) 1365 D) 1785 E) 4095

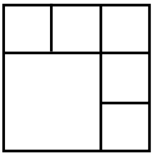
24. Devo comporre un test formato da 10 quesiti, la risposta a ciascuno dei quali sia "*sì*" oppure "*no*". Occorre strutturarlo in modo tale che chi lo affronta rispondendo "*sì*" a metà dei quesiti e "*no*" all'altra metà, fornisca comunque risposta corretta ad almeno 4 quesiti. Quante possibili liste di risposte corrette mi danno questa garanzia?

A) 5^5 B) 252 C) 2 D) 10 E) 22

Student

25. Da una sequenza di dieci numeri interi consecutivi ne è stato rimosso uno. La somma dei nove numeri rimanenti è 2006. Qual è il numero rimosso?
A) 218 B) 219 C) 220 D) 225 E) 227

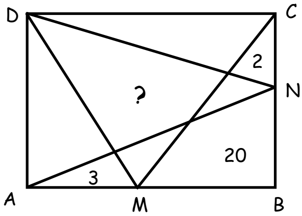
26. Voglio scrivere i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6 all'interno dei quadrati che compongono la figura (uno per ogni quadrato) in modo che, se due quadrati sono adiacenti, la differenza (positiva) dei numeri scritti in essi non sia 3. In quanti diversi modi lo posso fare? (Quadrati che abbiano in comune solo un vertice non vengono considerati adiacenti.)



A) 3×2^5 B) 3^6 C) 6^3 D) 2×3^5 E) 3×5^2

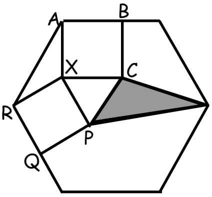
27. I numeri naturali sono stati raggruppati e sommati all'interno di ogni gruppo secondo il criterio suggerito qui di seguito
1, 2+3, 4+5+6, 7+8+9+10, 11+12+13+14+15, …
Qual è la somma dei numeri ospitati nel centesimo gruppo?
A) 500050 B) 5050 C) 50050 D) 499950 E) 49950

28. Osserva la figura: ABCD è un rettangolo, M e N sono punti scelti a caso, rispettivamente, all'interno del lato AB e del lato BC. Il rettangolo risulta suddiviso in otto regioni per alcune delle quali è indicata l'area. Qual è l'area della regione quadrangolare indicata con "?" ?



A) 20 B) 21 C) 25 D) 26
E) Le informazioni date non sono sufficienti.

29. In figura vedi un esagono di lato $\sqrt{3}$; XABC e XPQR sono quadrati. Quanto vale l'area del triangolo ombreggiato?



A) $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

30. Su una circonferenza sono stati scelti 8 punti in modo da massimizzare il numero dei punti distinti che siano intersezione di almeno due delle corde da essi individuate. Quanti sono i punti di intersezione (esclusi gli 8 punti scelti)?
A) 48 B) 56 C) 112 D) 140 E) 70

Categoria Student
Per studenti di quarta o quinta superiore

1. Risposta **A)**. Per ogni coppia di numeri n e k si ha $(n-k)(n+k) = n^2 - k^2 \leq n^2$, valendo la disuguaglianza stretta se $k \neq 0$: nel nostro caso è $n = 2006$ e $k = 0,1,2,3,4$. Si noti che il problema proposto equivale a determinare quale, fra i rettangoli di perimetro assegnato, ha area maggiore (e la risposta è naturalmente il quadrato): problemi di questo tipo si dicono "isoperimetrici".

2. Risposta **E)**. È facile vedere che il perimetro della regione colorata coincide con il perimetro di un quadrato formato dall'acccostamento di 5×5 quadratini, quindi 16 in più; a parità di perimetro il quadrato è la regione rettangolare (o formata da unioni finite di rettangoli) di area massima (v. quesito precedente).

3. Risposta **D)**. Chiaramente, nella nostra situazione, il peso dei pendagli è proporzionale alla loro area. Quella del pendaglio raffigurato vale $(36 - 16)\pi$ cm^2: un cerchio della stessa area deve dunque avere raggio pari a $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm.

4. Risposta **C)**. Deve essere $a = b - (e - b)/3$.

5. Risposta **E)**. Si ha $256 = 9^b = (4^a)^b = 4^{ab}$ da cui $ab = 4$.

6. Risposta **A)**. L'affermazione di Pietro non viene contraddetta qualunque cosa ci sia sulla faccia opposta delle carte su cui appaiono K (consonante) e 4 (numero pari). Occorre allora verificare solo che opposto alla vocale U ci sia un numero pari e che opposta al numero dispari 7 non ci sia una vocale (ogni faccia è opposta alla sua opposta).

7. Risposta **E)**. Sia n il numero degli spettatori alle partite precedenti con costo del biglietto pari a 1 e dunque incasso n. L'incasso della partita importante è allora $(6/5)(4/5)n = (24/25)n = n - 4\%n$.

8. Risposta **D)**. Le circonferenze devono necessariamente essere tangenti esternamente l'una all'altra: la distanza fra i loro centri è allora la somma dei loro raggi.

9. Risposta **A)**. In ogni istante vi è una parte della mela che emerge, disponibile per il gabbiano, e una parte sommersa, disponibile per il pesce. Non ha alcuna importanza quale sia il rapporto tra queste due parti (dunque il

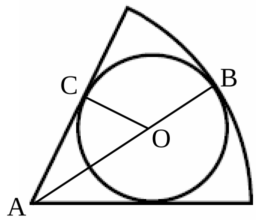
dato fornito è superfluo): è determinante solo il rapporto fra le due quantità di cibo mangiato dai due animali a parità di tempo.

10. Risposta **D)**. Si tratta di una facile applicazione del teorema di Pitagora: l'altezza dell'autobus vale, in metri, $\sqrt{(5^2 - (5 - 2)^2)} = 4$.

11. Risposta **A)**. Dovendo essere maggiore di 5 e minore di 10, il divisore può essere solo 6, 7, 8 o 9. Fra questi numeri, l'unico che divide 1001 – 5 = 996 è 6. Dividendo 2006 per 6 si ha resto 2.

12. Risposta **E)**. Sommando membro a membro le due uguaglianze si ottiene subito $a = 59$ e $b + c = 31$. Poiché la somma di due primi è dispari se e solo se uno dei due è 2, si deduce immediatamente $b = 29$ e $c = 2$.

13. Risposta **A)**. Poniamo che il raggio del cerchio (di centro O) sia 1. Allora AB è lungo 3 e AO è lungo 2, cioè il doppio di OC: ne segue che l'angolo CAO misura 30 gradi, per cui il settore circolare ha area un sesto del cerchio di uguale raggio.



14. Risposta **B)**. Il numero x delle donne che cantavano nel coro l'anno scorso soddisfa l'equazione di primo grado $(2x + 30)11/10 = 6x/5 + (x + 30)21/20$ la cui (unica) soluzione è $x = 30$. Allora il coro l'anno scorso aveva 90 elementi, mentre quest'anno ne ha 99.

15. Risposta **D)**. È possibile trovare 9 numeri che hanno cifre a due a due distinte in ogni posizione, ad esempio 123…9, 234…91, 345…912,…, 912…78. Se però si considerano 10 numeri qualunque e una qualunque posizione (ad esempio la prima), dal momento che le cifre disponibili sono solo 9, per almeno due di essi la cifra in quella posizione deve essere la stessa.

16. Risposta **B)**. L'area del cerchio grande (finestra) è uguale alla somma delle aree dei quattro cerchi piccoli, essendo il raggio di questi la metà di quello del cerchio grande. Allora l'area del luogo dei punti coperti da più di un cerchio piccolo (cioè della superficie con colore G) deve essere uguale all'area del luogo dei punti non coperti da alcun cerchio piccolo (cioè della superficie con colore B).

17. Risposta **A)**. Basta scrivere i numeri in C), D) e E) rispettivamente come $a/(b+1/2)$, $a/(b-1/2)$ e $a/(b+1/3)$ e ricordare che, a parità di numeratore positivo, il numero maggiore è quello che ha il denominatore minore (i denominatori sono tutti positivi per ipotesi).

18. Risposta **D)**. Innanzitutto la situazione descritta si può verificare: denotate le squadre con i numeri da 1 a 16, è sufficente ad esempio che, per ogni $n < 16$, la squadra n vinca con tutte e sole le squadre m con $m > n$. D'altra parte, la somma dei punteggi che compaiono nella classifica definitiva deve coincidere con il numero delle partite complessivamente giocate nel torneo, quindi deve essere invariante rispetto agli esiti delle stesse. È chiaro allora che la situazione descritta può verificarsi solo con la progressione aritmetica (di ragione 1) illustrata sopra, che prevede che alla squadra classificatasi ultima non vengano assegnati punti.

19. Risposta **B)**. La somma delle ampiezze in gradi degli angoli interni di un poligono convesso di n lati ($n \geq 3$) vale $180(n - 2)$. Se per qualche poligono convesso di n lati vi fossero tre angoli interni con ampiezza inferiore a 60 gradi, la somma delle ampiezze dei rimanenti $n - 3$ angoli interni dovrebbe allora essere superiore a $180(n - 3)$ gradi, il che è assurdo poiché ogni angolo interno deve avere ampiezza inferiore a 180 gradi. D'altra parte, vi sono triangoli con due angoli di ampiezza inferiore a 60 gradi.

20. Risposta **B)**. Applicando due volte il teorema di Pitagora, si ottiene che il quadrato della lunghezza della diagonale XA vale la somma S dei quadrati delle tre lunghezze dei lati del parallelepipedo. D'altra parte, ognuno dei lati del triangolo è diagonale di una faccia e quindi il quadrato della sua lunghezza vale la somma dei quadrati delle due lunghezze dei lati che individuano quella faccia. Facilmente si ottiene allora che la somma dei quadrati delle lunghezze dei lati del triangolo vale $2S$.

21. Risposta **D)**. Fissata una configurazione della griglia, denotiamo con (n,m) l'emmesima cella (partendo da sinistra) dell'ennesima riga (partendo dall'alto). Per ottenere la configurazione voluta sono sufficienti quattro mosse. Rispetto alla configurazione in figura 1, basta scambiare (1,4) con (4,4), (3,2) con (2,2) e (2,3) con (2,1); ora, con riferimento alla nuova configurazione così ottenuta, basta scambiare la "nuova (2,1)", ora grigia, con (1,1). D'altra parte, tre mosse non possono bastare: infatti le tre celle grigie che nella configurazione in figura 1 sono (1,4), (2,3) e (3,2) devono cambiare posizione e almeno una di esse deve cambiare sia riga sia colonna, il che comporta, per sistemarla correttamente, il ricorso a più di una mossa.

22. Risposta **B)**. Affinché un numero intero positivo abbia, in notazione decimale, meno di 101 cifre, occorre e basta che il suo logaritmo in base 10 sia inferiore a 100. Affinché per un intero positivo n si abbia

$$\mathrm{Log}_{10}(n^{300}) = 300\,\mathrm{Log}_{10}\, n < 100,$$

occorre e basta che sia $\mathrm{Log}_{10}\, n < 1/3$, dunque n = 1 oppure n =2 (infatti si ha $2 < 10^{1/3} < 3$).

23. Risposta **C)**. I sottoinsiemi ammissibili sono quelli per i quali il più piccolo e il più grande degli elementi costituiscono una delle seguenti sei coppie: {1,12}, {2,11}, {3,10}, {4,9}, {5,8}, {6,7}. Ognuna di queste coppie "genera" tanti sottoinsiemi quanti sono i possibili insiemi costruibili con gli elementi strettamente compresi fra gli elementi della coppia. Dunque la prima coppia ne genera 2^{10}, la seconda 2^8, la terza 2^6 e così via fino all'ultima che genera solo se stessa. Il numero cercato è dunque la somma dei termini della progressione geometrica di ragione $2^2 = 4$ da 4^0 a 4^5. Tale somma vale $(4^{5+1} – 1)/(4 – 1) = 1365$.

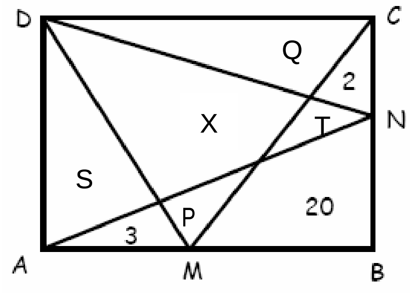
24. Risposta **E)**. Occorre che la risposta corretta ad almeno 9 dei 10 quesiti sia la stessa: sono dunque ammissibili la lista con dieci "si" e quella con dieci "no", ciascuna delle 10 liste con nove "si" e un "no" e ciascuna delle 10 liste con un "si" e nove "no". Infatti se le risposte corrette fossero *k* "si" e 10–*k* "no" (o viceversa), con *k* = 2,3,4 o 5, rispondendo con 5 "si' e 5 "no" e fornendo risposta "no" ai *k* quesiti che prevedono la risposta "si" (o viceversa), si fornirebbero solo 5–*k* < 4 risposte corrette.

25. Risposta **B)**. La somma dei primi n-1 interi positivi vale $n(n-1)/2$: allora la somma dei dieci interi n, n+1, n+2, ..., n+9 vale $½\{(n+10)(n+9) – n(n-1)\} = 10n+45$. Esprimendo il numero rimosso nella forma $n+k$, k compreso tra 0 e 9, occorre dunque determinare n e k in modo che si abbia $10n+45 = 2006+n+k$, cioè $9n = 1961+k$. Da 1961 = 9 × 217 + 8 si ottiene facilmente k = 9-8 = 1 e n = 217+1 = 218.

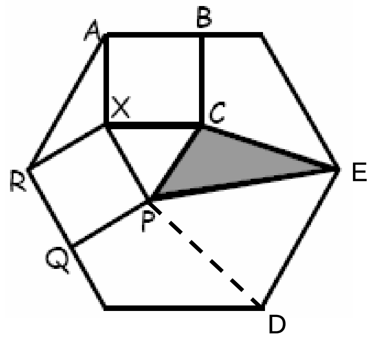
26. Risposta **A)**. Per evidenti motivi di adiacenza del "sotto-quadrato grande" (in basso a sinistra) con altri quattro "sotto-quadrati piccoli", la scelta dei numeri da collocare nei due sotto-quadrati che ospitano la diagonale ascendente è limitata alle tre coppie non ordinate {1,4}, {2,5} e {3,6}. Ognuna di queste coppie, una volta ordinata, consente otto scelte per la coppia dei primi due sotto-quadrati in prima riga: per esempio, una volta sistemato 1 nel "sotto-quadrato grande", occorre e basta che in essi non siano adiacenti 2 e 5, e dunque sono ammissibili le coppie ordinate {2,3}, {3,2}, {2,6}, {6,2} e quelle che da esse si ottengono sostituendo 2 con 5. Per ognuna delle otto coppie ordinate di cui sopra, ai due sotto-quadrati delle seconda colonna spettano due coppie ordinate formate con i due numeri rimanenti. In totale le possibilità sono dunque $3×2×2^3×2$.

27. Risposta **A)**. Con il 99-esimo gruppo sono stati esauriti i primi 100×99/2 numeri interi. Il centesimo gruppo ospita dunque gli interi da 100×99/2 + 1 a 100×99/2 + 100. La somma di questi ultimi è
½{(50×99 + 101)(50×99 + 100) – (50×99 + 1)×50×99} =
½{50×99×201 + 10100 – 50×99} = 50×99×100 + 5050 = 500050.

28. Risposta **C)**. I triangoli *AND* e *DMC* hanno la stessa area, che è metà di quella del rettangolo. Valgono allora le uguaglianze
S + T = Q + P
S + X + T = 3 + P + 20 + 2 + Q
da cui si ricava immediatamente X = 25.



29. Risposta **A)**. Ognuno degli angoli interni dell'esagono misura 120 gradi; allora il triangolo XAR è isoscele con gli angoli in A e R che misurano 30 gradi ciascuno. Ne segue facilmente che i segmenti XA, XR, XP e XC sono lunghi $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=1$, che l'angolo CXP misura 60 gradi e di conseguenza che il triangolo XCP è equilatero. L'area cercata è la differenza fra l'area del trapezio DECP (si tratta effettivamente di un trapezio, in quanto i segmenti PC e DE risultano paralleli per motivi di simmetria) e l'area del triangolo DEP, che hanno la stessa altezza rispetto alla base DE. Tale altezza vale il doppio dell'apotema dell'esagono, una volta sottratta l'altezza del triangolo XAR (rispetto alla base AR) e l'altezza del triangoloXCP, dunque vale $3-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5-\sqrt{3}}{2}$. Con facili calcoli si ottiene il risultato.



30. Risposta **E)**. Innanzitutto è evidente che è sempre possibile scegliere gli 8 punti in modo che in ogni punto del cerchio non si intersechino più di due corde. Infatti le intersezioni sono in numero finito: assegnato un numero finito di punti a due a due distinti, è sempre possibile determinare un numero positivo ε > 0 tale che due di questi punti comunque presi distino più di ε; se tre corde si intersecassero in qualche punto, sarebbe possibile alterare l'inclinazione di una di esse di tanto poco da evitare che passi per quel punto e garantire che non passi per nessuno degli altri. Quando da uno degli otto punti si traccia una corda verso un punto non adiacente, rimangono k punti "da

una parte dlla corda” e 6-k “dall’altra”, dove k può valere 1, 2, 3, 4, oppure 5. Allora il complesso delle cinque corde tracciate da un punto fissato fra gli otto a disposizione genera 1×5 + 2×4 + 3×3 + 4×2 + 5×1 = 35 intersezioni. Ogni intersezione è determinata da quattro degli otto punti a disposizione: dunque nel prodotto 35×8 = 280 viene contata quattro volte.