



Kangourou della Matematica 2006
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 8 maggio 2006



LIVELLO ÉCOLIER

E1. (5 punti) Qual è il multiplo di 11 più vicino a 1000?

E2. (7 punti) Le lettere della parola "MELA" sono tutte distinte fra loro. Fa corrispondere ad ogni lettera di questa parola una cifra in modo tale che la parola "MELA" rappresenti il più piccolo numero di quattro cifre tutte distinte tra loro. Mantenendo questa scelta delle cifre, che numero è rappresentato dalla parola "MALE"?

E3. (11 punti) Sulla vetrina di una cartoleria campeggia la scritta (composta con lettere adesive)

PUZZLES

Disegna qui sotto la scritta che vedresti guardando la vetrina dall'interno del negozio.

E4. (14 punti) Arturo dice sempre la verità, invece Bernardo mente sempre. Trova una affermazione che entrambi possano pronunciare.

E5. (18 punti) Quanti sono i numeri di 3 cifre (significative, cioè la cui prima cifra non sia 0), tali che 2 di esse comunque prese non differiscano per meno di 4?

E6. (22 punti) Hai a disposizione, nella quantità che desideri, mattonelle quadrate di tre misure diverse: i loro lati sono lunghi 1, 2 o 3 decimetri. Accostandole, senza sovrapporle e senza lasciare zone scoperte, puoi costruire un quadrato il cui lato misura 7 decimetri. Qual è il più piccolo numero di mattonelle che ti basta accostare e come vanno ripartite fra le diverse misure? Utilizza la quadrettatura per disegnare la figura che realizza la soluzione che hai trovato e spiega perché, secondo te, non basta un numero inferiore di mattonelle. (Puoi usare la quadrettatura anche per altri eventuali disegni che possano servire allo scopo.)



Kangourou della Matematica 2006
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 8 maggio 2006



LIVELLO ÈCOLIER

E1. (5 punti) Qual è il multiplo di 11 più vicino a 1000?

Soluzione: 1001.

Infatti $11 \times 90 = 990 < 1000 < 1001 = 11 \times 91$, ma $1000 - 990 = 10$ mentre $1001 - 1000 = 1$.

E2. (7 punti) Le lettere della parola "MELA" sono tutte distinte fra loro. Fa corrispondere ad ogni lettera di questa parola una cifra in modo tale che la parola "MELA" rappresenti il più piccolo numero di quattro cifre tutte distinte tra loro. Mantenendo questa scelta delle cifre, che numero è rappresentato dalla parola "MALE"?

Soluzione: 1320.

Infatti il più piccolo numero di 4 cifre con cifre tutte distinte fra loro (come le lettere di MELA) è 1023. Se $MELA = 1023$, allora $MALE = 1320$.

E3. (11 punti) Sulla vetrina di una cartoleria campeggia la scritta (composta con lettere adesive)

PUZZLES

Disegna qui sotto la scritta che vedresti guardando la vetrina dall'interno del negozio.

Soluzione:

SEZZES

Per ottenere agevolmente questa immagine, puoi ricorrere a questo trucco: osservare contro-luce il retro del foglio con la scritta PUZZLES.

E4. (14 punti) Arturo dice sempre la verità, invece Bernardo mente sempre. Trova una affermazione che entrambi possano pronunciare.

Soluzione: vi sono diverse affermazioni possibili. Alcuni esempi:

"Io dico la verità",

oppure

"Lui mente",

oppure, con la premessa che Arturo e Bernardo non siano nati nello stesso giorno e Arturo sia nato nel giorno X, la frase

"Il mio compleanno è il giorno X".

E5. (18 punti) Quanti sono i numeri di 3 cifre (significative, cioè la cui prima cifra non sia 0), tali che 2 di esse comunque prese non differiscano per meno di 4?

Soluzione: 18.

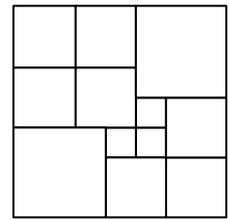
Le terne di cifre in questione sono (1,5,9) (0,4,8) (0,4,9) (0,5,9) e le disposizioni ammissibili sono 6 per la prima terna e 4 per ciascuna delle altre: si ottengono così 18 numeri di tre cifre. Possiamo elencarli:

159, 195, 519, 591, 915, 951; 408, 480, 804, 840; 409, 490, 904, 940; 509, 590, 905, 950.

E6. (22 punti) Hai a disposizione, nella quantità che desideri, mattonelle quadrate di tre misure diverse: i loro lati sono lunghi 1, 2 o 3 decimetri. Accostandole, senza sovrapporle e senza lasciare zone scoperte, puoi costruire un quadrato il cui lato misura 7 decimetri. Qual è il più piccolo numero di mattonelle che ti basta accostare e come vanno ripartite fra le diverse misure? Utilizza la quadrettatura per disegnare la figura che realizza la soluzione che hai trovato e spiega perché, secondo te, non basta un numero inferiore di mattonelle. (Puoi usare la quadrettatura sottostante anche per altri eventuali disegni che possano servire allo scopo.)

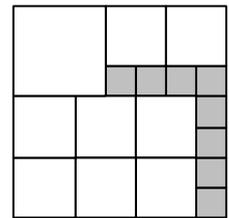
Soluzione: bastano 12 mattonelle di cui 2 grandi, 7 medie e 3 piccole, disposte ad esempio come nel primo disegno a lato.

Dimostriamo che 12 è il numero minimo di mattonelle sufficienti a pavimentare il quadrato di lato 7 decimetri e che la ripartizione indicata è ottimale.



Se non usassimo mattonelle grandi, per coprire una superficie di 49 dm quadrati non basterebbero 12 mattonelle medie.

Se usassimo una sola mattonella grande, rimarrebbe da coprire una superficie di 40 dm quadrati: dal momento che il lato del quadrato è lungo un numero dispari di decimetri, non potremmo utilizzare solo mattonelle medie, per cui ne servirebbero almeno 4 piccole, portando il totale ad almeno 14 (in realtà ne occorrerebbero di più: una configurazione possibile è indicata nel secondo disegno a lato).



Usando due mattonelle grandi, come abbiamo fatto, rimane da coprire una superficie di 31 dm quadrati: questa richiede almeno 10 mattonelle, potendo essere usate al massimo 7 mattonelle medie, dunque non avremmo potuto fare meglio.

D'altra parte, usando almeno 3 mattonelle grandi, dal momento che il lato del quadrato è lungo 7 dm, occorrerebbero almeno 6 mattonelle piccole (infatti in ognuna delle due direzioni parallele ai lati verrebbe lasciata una "striscia" lunga 3 dm e larga 1): i restanti 16 dm quadrati da coprire richiederebbero non meno di 4 mattonelle (la copertura ottimale si otterrebbe con esattamente 4 mattonelle medie) portando il totale ad almeno 13 (questa costruzione è effettivamente realizzabile e una possibile configurazione è mostrata nel terzo disegno a lato).

