



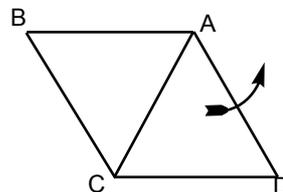
Kangourou Italia
Gara del 18 marzo 2004
Categoria Cadet
Per studenti di terza media o
prima superiore



I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

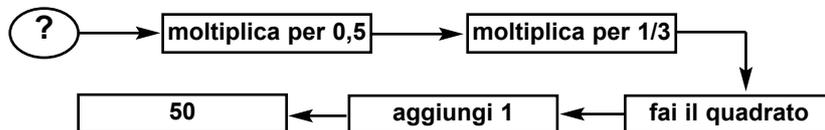
1. Qual è il risultato di $2004 - 4 \times 200$?
 A) 400800 B) 400000 C) 1204 D) 1200 E) 2804

2. Osserva la figura. Un triangolo equilatero ACD ruota in senso antiorario facendo perno sul vertice A. Quanto è ampio l'angolo di cui è ruotato allorché arriva a coprire il triangolo equilatero ABC per la prima volta?



- A) 60° B) 120° C) 180°
 D) 240° E) 300°

3. La figura illustra una sequenza di operazioni che dà come risultato 50. Da quale numero siamo partiti?



- A) 18 B) 24 C) 30 D) 40 E) 42

4. Mara ha 16 carte: 4 di picche (P), 4 di fiori (F), 4 di quadri (Q) e 4 di cuori (C). Vuole disporle nello schema riportato a fianco, in modo che in ogni riga ed in ogni colonna ci sia una carta per ciascun seme. Nel disegno vedi come ha incominciato. Tra quanti dei 4 semi può scegliere per riempire la casella con il punto di domanda?

| | | | |
|---|---|---|--|
| P | | ? | |
| F | P | | |
| | Q | | |
| | C | | |

- A) nessuno B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Cadet



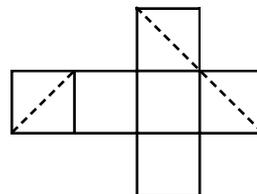
5. Un treno parte dal capolinea con 114 persone a bordo. Ad ogni fermata scendono 13 passeggeri e ne salgono 6. Dopo quante fermate il numero dei passeggeri a bordo è il più vicino possibile alla metà di quello iniziale?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6. Quanti sono i numeri interi positivi di due cifre (significative) in cui la cifra delle decine è minore della cifra delle unità?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 42 E) 45

7. Ho un cubo e lo seziono con un piano: le figure che posso ottenere sul piano sono diverse a seconda di come scelgo il piano. Ho indicato sullo sviluppo del cubo i tagli individuati da un piano che ho scelto. Quale figura ho ottenuto sul piano?



- A) un esagono B) un quadrato
C) un rettangolo, ma non un quadrato
D) un triangolo rettangolo E) un triangolo equilatero

8. Un uomo ha un'aiuola rettangolare nel suo giardino. Decide di allargarla aumentando tanto la lunghezza che la larghezza del 10%. Allora l'area dell'aiuola aumenta del

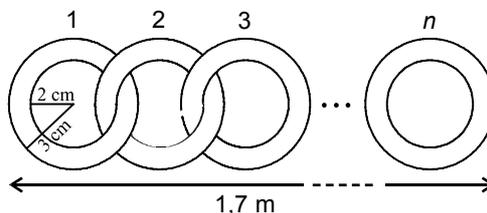
- A) 10% B) 20% C) 21% D) 40% E) 121%

9. Nel primo di due anni consecutivi non bisestili ci sono stati più giovedì che martedì. Quale tra i seguenti giorni della settimana è stato più frequente nel secondo anno?

- A) martedì B) mercoledì C) venerdì D) sabato
E) domenica

10. Osserva la figura, in particolare i dati in essa contenuti. Da quanti anelli circolari (uguali fra loro) è composta la catena, se è lunga 1,7 metri?

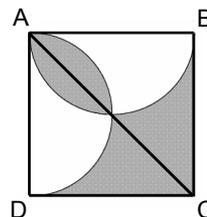
- A) 42 B) 21
C) 30 D) 85
E) 17



I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Nella figura sono disegnati un quadrato ABCD e due semicirconferenze aventi per diametro rispettivamente AB e AD. Se il lato del quadrato è lungo 2 metri, qual è l'area in metri quadrati della regione ombreggiata?

- A) 1 B) 2 C) 2π
D) $\pi/2$ E) $3/4$



12. Un treno lungo 144 metri attraversa una galleria lunga 2004 metri. Passano esattamente 20 secondi da quando la coda dell'ultimo vagone entra nella galleria a quando il muso della locomotiva, che è in testa al treno, sbuca dalla galleria. Qual è, in metri al secondo, la velocità del treno?

- A) meno di 60 B) 60 C) 85,8 D) 93
E) più di 100

Cadet

13. Una gelateria vende gelati di nove gusti differenti. Un gruppo di ragazzi entra in negozio e ognuno compra un cono gelato da due gusti: nessuno di essi sceglie la stessa combinazione di gusti e nessuna combinazione di gusti viene scartata. Quanti sono i ragazzi?

- A) 9 B) 36 C) 72 D) 81 E) 90

14. ABC è un triangolo (non ridotto ad un segmento) i cui lati AB e AC misurano 5 cm, e il cui angolo al vertice BAC misura più di 60° . La lunghezza del suo perimetro, misurata in centimetri è un numero intero. Quanti triangoli di questo tipo ci sono?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. In una gara di pattinaggio artistico tutti i giudici sono tenuti ad attribuire ai singoli concorrenti un voto in numeri interi. La media aritmetica dei voti totalizzati da Stefania è 5,625. Da quanti giudici deve essere composta al minimo la giuria perché sia possibile questo risultato?

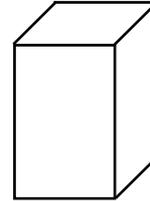
- A) 4 B) 8 C) 10 D) 16

E) non è possibile rispondere senza conoscere quanti punti ha a disposizione il singolo giudice.



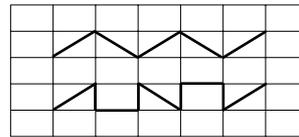
16. Ho a disposizione un sacco di mattoncini di legno, tutti lunghi 1 cm, larghi 2 cm e alti 3 cm. Qual è il più piccolo numero di mattoncini necessario per costruire un cubo pieno?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 60



17. Il pavimento del cortile della scuola è lastricato con piastrelle rettangolari tutte uguali fra loro, i cui lati misurano un numero intero di decimetri. Su di esso i ragazzi giocano al salto del canguro seguendo i due percorsi tracciati con il gesso che vedi in figura. Se il primo percorso dall'alto è lungo 65 decimetri, quanti decimetri è lungo il secondo percorso?

- A) 78 B) 82 C) 83
D) 88 E) 95

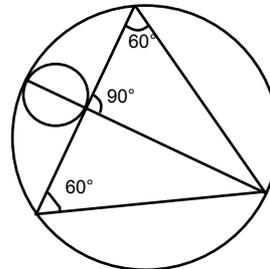


18. La media dell'età della nonna, del nonno e dei 7 nipoti è 28 anni. L'età media dei 7 nipoti è 15 anni. Qual è l'età del nonno, se ha tre anni più della nonna?

- A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

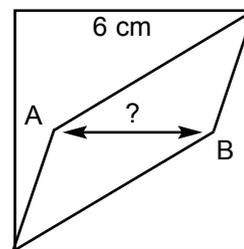
19. Il triangolo nel disegno riportato a fianco è equilatero. Per ottenere l'area del cerchio grande, bisogna moltiplicare quella del cerchio piccolo per

- A) π^2 B) 10 C) 12
D) $9\sqrt{3}$ E) 16



20. In un quadrato chiamiamo mediana un segmento che congiunge i punti medi di due lati opposti. Sulla mediana di un quadrato il cui lato è lungo 6 cm sono disegnati due punti A e B (vedi figura). Congiungendo A e B a due vertici opposti, il quadrato resta diviso in tre regioni di ugual area. Qual è la lunghezza del segmento AB?

- A) 3,6 cm B) 3,8 cm C) 4,0 cm
D) 4,2 cm E) 4,4 cm



I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Un negozio di Milano e un negozio di Rimini in primavera vendono gli stessi articoli agli stessi prezzi. Durante l'estate il negozio di Milano riduce i prezzi del 10% e in autunno li aumenta del 10% rispetto a quelli praticati in estate; quello di Rimini fa esattamente l'opposto, cioè aumenta del 10% i prezzi durante l'estate e li riduce in autunno del 10% rispetto a quelli praticati in estate. In autunno rispetto a primavera

- A) il negozio di Milano è più caro e quello di Rimini meno caro
- B) il negozio di Milano è meno caro e quello di Rimini più caro
- C) entrambi i negozi sono più cari
- D) entrambi i negozi sono meno cari
- E) entrambi i negozi hanno mantenuto i prezzi inalterati

22. Qual è la 2004-sima cifra decimale (cioè dopo la virgola) nella rappresentazione decimale del numero $1/700$?

- A) 0
- B) 2
- C) 5
- D) 8
- E) 9

23. Ho messo delle riviste su uno scaffale: alcune hanno 48 altre 52 pagine. Quale di questi numeri non può essere il numero totale di pagine delle riviste che ho messo sullo scaffale?

- A) 500
- B) 524
- C) 568
- D) 588
- E) 620

24. Nel recinto c'era più di un canguro. Un canguro disse: "Siamo in 6" e saltò fuori dal recinto. Allo scadere di ogni minuto successivo, un canguro saltò fuori dal recinto dicendo: "Tutti quelli che son saltati fuori prima di me hanno mentito", finché non ci furono più canguri nel recinto. Quanti canguri hanno detto la verità?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

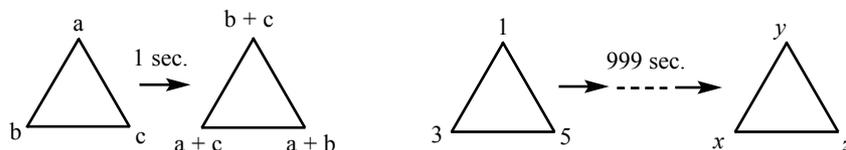
25. Se a e b sono numeri interi strettamente positivi, nessuno dei quali è divisibile per 10 e se $a \times b = 10000$, allora la somma $a + b$ vale

- A) 1024
- B) 641
- C) 1258
- D) 2401
- E) 1000

26. Un'opera d'arte pop è costituita da un triangolo nei cui tre vertici ad ogni secondo si accendono dei numeri a , b , c , che variano in base alla legge indicata nella figura a sinistra. Inizialmente i numeri associati ai vertici sono rispettivamente 1, 3, 5. Dopo 999 secondi, quanto



vale la differenza $x - y$ (vedi figura a destra)?



- A) -2 B) 2 C) 1998 D) 998 E) $(-2)^{1999}$

27. Qual è il massimo valore possibile per il resto della divisione fra un numero intero di due cifre e la somma delle sue due cifre?

- A) 9 B) 13 C) 15 D) 16 E) 17

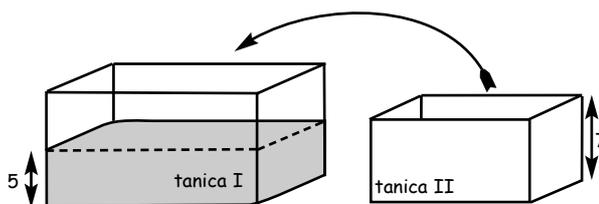
28. Sulle facce di un cubo sono scritti dei numeri naturali e in ogni vertice è scritto il prodotto dei numeri sulle tre facce che hanno quel vertice in comune. La somma dei numeri nei vertici è 70 . Allora la somma dei numeri sulle facce è:

- A) 12 B) 35 C) 14 D) 10
E) non determinabile senza altri dati

29. Il numero 2004 è divisibile per 12 e la somma delle sue cifre è uguale a 6 . Quanti numeri di esattamente 4 cifre hanno queste due proprietà?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

30. Osserva la figura. Nella tanica I, la cui base ha una superficie di 2 decimetri quadrati, l'acqua raggiunge l'altezza di 5 centimetri.



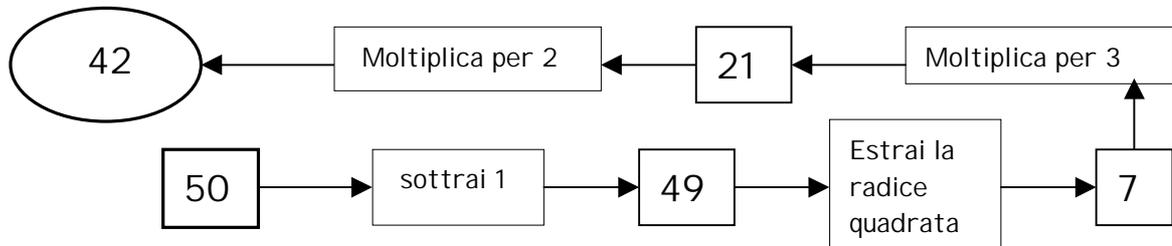
La tanica II, alta 7 centimetri e la cui base ha una superficie di 1 decimetro quadrato, viene immersa, vuota, nella tanica I fino ad essere ancorata sul fondo di questa. A questo punto una parte dell'acqua si riversa nella tanica II. Che altezza raggiunge l'acqua nella tanica II? (Considera trascurabile lo spessore delle pareti delle taniche.)

- A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm D) 4 cm E) 5 cm



SOLUZIONI CADET 2004

1. (C) $2004 - 4 \times 200 = 2004 - 800 = 1204$.
2. (E) Consideriamo la circonferenza di centro A e raggio AC : B, C, D sono 3 vertici consecutivi di un esagono regolare inscritto nella circonferenza. Quindi per portare C in B e D in C bisogna compiere una rotazione di $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ nel verso, antiorario, indicato (o una rotazione di 60° in verso orario).
3. (E) Basta eseguire le operazioni inverse a partire da 50

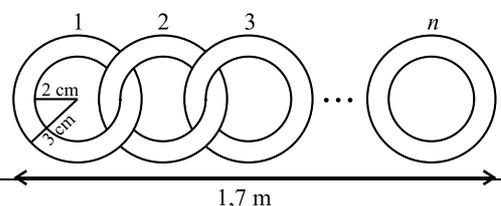


4. (C) Mara può completare in un solo modo la seconda colonna (con F) e quindi può mettere nella casella con il punto di domanda o quadri o cuori, cioè ha due possibili scelte.

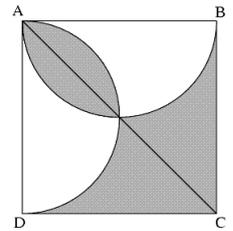
| | | | |
|---|---|---|--|
| P | F | ? | |
| F | P | | |
| | Q | | |
| | C | | |

5. (C) È come se ad ogni fermata scendessero $13 - 6 = 7$ passeggeri. La metà dei passeggeri iniziali è $114:2=57$ e, visto che dopo 8 fermate ne rimangono $114 - 7 \times 8 = 58$, è dopo 8 fermate che il numero dei passeggeri risulta il più possibile vicino alla metà.
6. (B) I numeri interi di due cifre in cui la cifra delle decine è minore di quella delle unità sono 8 nei primi 20 (da 12 a 19 compresi), 7 da 23 a 29 e così via fino a 1 (89) nell'insieme di numeri da 80 a 99: in totale 36.
7. (E) Consideriamo il primo quadrato a sinistra nello sviluppo: riavvolgendo lo sviluppo si vede che il vertice in basso a sinistra della diagonale si congiunge con il vertice in basso a destra della diagonale dell'ultimo quadrato a destra, mentre il suo vertice in alto a destra si congiunge con il vertice in alto a sinistra della diagonale del quadrato in alto. Quindi la figura è delimitata esattamente dalle tre diagonali (quindi è un triangolo) che sono uguali (e quindi è equilatero).
8. (C) La lunghezza e la larghezza dell'aiuola dopo l'ampliamento misurano il 110% di quelle originarie. Dunque l'area sarà il $(110\%) \times (110\%) = 121\%$ di quella originaria cioè l'area aumenta del 21%.
9. (C) Entrambi gli anni sono durati 365 giorni e il resto nella divisione di 365 per 7 è 1, cioè un solo giorno della settimana può essere più frequente degli altri. Quindi se nel primo anno ci sono stati più giovedì che martedì significa che l'anno è cominciato e terminato di giovedì. Allora l'anno successivo è cominciato e terminato di venerdì che quindi è stato il giorno più frequente del secondo anno.

10. (A) Ciascuno degli anelli interni alla catena porta un contributo al suo allungamento pari al diametro del cerchio interno (4 cm), mentre il primo e l'ultimo portano un contributo pari alla somma del raggio interno e di quello esterno (5 cm). Dunque per formare una catena lunga 170 cm, oltre ai due anelli esterni servono $(160 \text{ cm}) : (4 \text{ cm}) = 40$ anelli: in totale 42.



11. (B) I due segmenti circolari tagliati sulle due semicirconferenze dalla diagonale AC sono uguali tra loro ed uguali a quelli che taglierebbe la diagonale BD . Dunque la regione scura ha la stessa area del triangolo BCD : 2 metri quadrati.



12. (D) Quando si vede sparire la coda del treno nella galleria, il muso della locomotiva è già 144 metri all'interno della galleria: quindi il muso della locomotiva impiega 20 secondi a percorrere $2004 - 144 = 1860$ metri e si muove quindi alla velocità di $1860/20 = 93$ metri al secondo.

13. (B) Ogni combinazione di gusti viene scelta una e una sola volta: quindi i ragazzi sono tanti quante le possibili combinazioni di 9 gusti a due a due distinti, cioè $(9 \times 8) : 2 = 36$.

(Per capire perché: posso scegliere il primo gusto in 9 modi diversi e, una volta fatta la prima scelta, posso scegliere il secondo gusto in 8 modi diversi: totale 9×8 modi; ma questo non tiene conto del fatto che ad esempio un gelato limone e fragola è la stessa cosa di un gelato fragola e limone: dunque devo dividere per 2.)

14. (D) Si deve tener conto che in un triangolo non ridotto ad un segmento il terzo lato è sempre minore della somma degli altri due. Quindi la lunghezza della base BC , misurata in centimetri, deve essere un numero intero maggiore di 5 (poiché l'angolo al vertice è $> 60^\circ$) e minore di 10: il che conduce a 4 possibilità.

15. (B) Bisogna che 5,625 sia il risultato della divisione di due interi (la somma dei voti e il numero di giudici). Ora riducendo ai minimi termini la frazione che equivale a $0,625 = 625/1000$ si ha $5/8$. Quindi i giudici devono essere almeno 8.

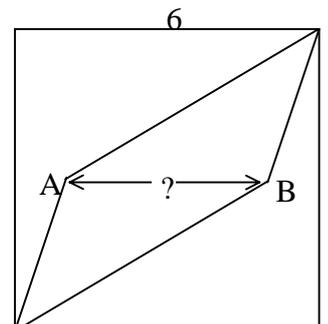
16. (D) Sicuramente con 36 mattoncini si riesce a costruire un cubo di lato 6 cm (basta fare due strati di 6×3 mattoncini in modo che tutti lascino in evidenza una delle loro due facce 2×1). Non si può costruire un cubo di lato l inferiore, poiché il volume l^3 di tale cubo deve essere divisibile per il volume $1 \times 2 \times 3$ di ciascun matton-cino e quindi l deve essere divisibile per 2 e per 3: allora al minimo deve valere 6.

17. (C) Se il primo percorso è lungo 65 decimetri, ogni piastrella ha diagonale di lunghezza 13 decimetri. In ogni piastrella due lati consecutivi formano con la diagonale un triangolo rettangolo, nel quale vale il teorema di Pitagora e, visto che i lati delle piastrelle misurano un numero intero di decimetri, basta trovare 2 numeri interi x e y tali che $x^2 + y^2 = 13^2$. L'unica soluzione (a parte quella simmetrica) è $x = 5$ e $y = 12$ (se non sono note le terne pitagoriche si può procedere per tentativi, partendo da $x = 1$). Il percorso proposto impone 4 salti lungo i lati brevi delle piastrelle, 2 lungo i lati lunghi e 3 lungo le diagonali: complessivamente $5 \times 4 + 12 \times 2 + 13 \times 3 = 83$ decimetri.

18. (E) Se la media dell'età della nonna, del nonno e dei 7 nipoti è 28 anni, la somma delle loro età è $28 \times 9 = 252$. Se l'età media dei 7 nipoti è 15 anni la somma delle età dei nipoti è $15 \times 7 = 105$. Quindi la somma delle età dei nonni è 147 e l'età del nonno (che ha tre anni più della nonna) è di $(147 + 3) : 2 = 75$ anni.

19. (E) L'altezza di un triangolo equilatero è $3/2$ il raggio R del cerchio circoscritto. Quindi il diametro del cerchio piccolo, è metà di R e il suo raggio è $R/4$. Poiché l'area del cerchio è proporzionale al quadrato del raggio, per avere l'area del cerchio grande bisogna moltiplicare quella del cerchio piccolo per 16.

20. (C) Le due figure che si ottengono togliendo il parallelogramma dal quadrato hanno area uguale a quella della regione che si ottiene togliendo dalla metà superiore del quadrato il triangolo di base AB : allora tale triangolo deve avere area pari alla terza parte dell'area del rettangolo: $(6 \times 3) : 3 = 6 \text{ cm}^2$. Dato che la sua altezza misura 3 cm, la base AB misura $(6 \times 2) : 3 = 4 \text{ cm}$.



21. (D) Chiamiamo P il prezzo primaverile di uno certo articolo (che è uguale nei 2 negozi). A Milano in estate il suo prezzo diventa $90\%P$ e in autunno $110\%(90\%P)=99\%P$; a Rimini invece in estate il suo prezzo diventa $110\%P$ e in autunno $90\%(110\%P)=99\%P$. Quindi entrambi i negozi in autunno sono meno cari che in primavera.

22. (D) La rappresentazione decimale di $1/700$ si ottiene da quella di $1/7$ inserendo due zeri subito dopo la virgola (o, se si preferisce, traslando di due posti verso destra tutte le cifre decimali). $1/7$ ha una rappresentazione periodica di periodo 6: quindi la sua 2002-esima cifra coincide con la sua quarta cifra decimale (infatti $2002 = 333 \times 6 + 4$). Visto che $1/7 = 0,(142857)$, $1/700$ ha 8 come 2004-esima cifra decimale.

23. (B) Sono situazioni possibili: $500 = (48+52) \times 5$, $568 = 52 \times 10 + 48$, $588 = (48+52) \times 3 + 48 \times 6$, $620 = (48+52) + 52 \times 10$. Invece non è possibile avere 524 pagine: infatti per ottenere questo numero di pagine non bastano 10 riviste anche tutte da 52 pagine e 11 riviste sia pur tutte da 48 pagine sono troppe.

24. (B) Se il primo canguro ha detto la verità mentono tutti quelli che lo hanno seguito poiché hanno detto "Tutti quelli che son saltati fuori prima di me hanno mentito". Se il primo canguro ha mentito, il secondo ha detto la verità, ma tutti gli altri hanno mentito. In entrambi i casi, uno solo ha detto la verità.

25. (B) Se $ab = 10000 = 2^4 \times 5^4$ e né a né b sono divisibili per 10, né a né b (che devono necessariamente essere prodotti di potenze di 2 e di 5) possono avere entrambi i numeri come fattori. Quindi uno dei due è 2^4 e l'altro è 5^4 e la somma $a+b$ vale $2^4+5^4=16+625=641$.

26. (A) Le istruzioni illustrate possono essere riassunte in una tabella in cui scriviamo riga per riga quali sono i valori che devono comparire nel vertice in alto, in quello a sinistra e in quello a destra e la differenza tra il numero che compare nel vertice a sinistra e quello che compare nel vertice in alto, ad ogni secondo:

| Vertice in alto (y) | Vertice a sinistra (x) | Vertice a destra | $x - y$ |
|---------------------|------------------------|------------------|---------|
| A | b | c | $b - a$ |
| $b+c$ | $a+c$ | $a+b$ | $a - b$ |
| $2a+b+c$ | $a+2b+c$ | $a+b+2c$ | $b - a$ |
| ... | | | |

Quindi dopo un numero dispari di secondi la differenza $x - y$ è sempre pari ad $a - b$. Se inizialmente $a = 1$ e $b = 3$, dopo 999 secondi $x - y = a - b = -2$.

27. (C) Due cifre hanno somma al massimo 18: ciò succede se il numero in esame è 99, il cui resto della divisione per 18 è 9; le due cifre hanno somma 17 in corrispondenza ai due numeri 89 e 98, che hanno resto nella divisione per 17 pari a 4 e 13 rispettivamente; le due cifre hanno somma 16 in corrispondenza ai tre numeri 79, 88 e 97, che hanno resto nella divisione per 16 pari a 15, 8 e 1 rispettivamente. Visto che la divisione per un numero non superiore a 15 dà resto inferiore a 15, si vede che 15 è il massimo valore possibile per il resto.

28. (C) Chiamando a e a' , b e b' , c e c' i numeri scritti su facce opposte avremo che la somma dei numeri scritti nei vertici è

$$a(bc + bc' + b'c + b'c') + a'(bc + bc' + b'c + b'c') = (a + a')(b + b')(c + c') = 70 = 2 \times 5 \times 7.$$

Allora la somma dei numeri sulle facce è: $(a + a') + (b + b') + (c + c') = 2 + 5 + 7 = 14$.

29. (E) 6 si può scrivere come somma di quattro cifre in 9 modi diversi (a meno dell'ordine): $6+0+0+0 = 5+1+0+0 = 4+2+0+0 = 4+1+1+0 = 3+3+0+0 = 3+2+1+0 = 3+1+1+1 = 2+2+2+0 = 2+2+1+1$. Perché un numero composto con queste cifre sia divisibile per 12, basta che sia divisibile per 4, cioè che le sue ultime due cifre diano un numero divisibile per 4, come 00, 04, 12, 20, 32, 40. Dunque a partire dalle partizioni sopra indicate si ottengono: 6000, 5100, 1500, 4200, 4020, 2400, 2040, 2004, 1140, 1104, 3300, 3120, 3012, 1320, 1032, 2220, 2112, 1212: 18 numeri in totale.

30. (C) Immergere la tanica II nell'altra, significa dimezzare la superficie di base della tanica I. Quindi il livello del liquido dovrebbe raddoppiare, ma in realtà quando arriva a 7 cm di

altezza può riversarsi nella tanica II, che quindi verrà a contenere esattamente $3 \times 100 \text{ cm}^3$ di acqua e, visto che la base misura 100 cm^2 , l'altezza raggiunta dall'acqua sarà di 3 cm.