

## Semifinale individuale Junior

### Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Quante diverse coppie ordinate  $(a, b)$  di numeri reali non nulli soddisfano le uguaglianze

$$a + b = ab = a/b?$$

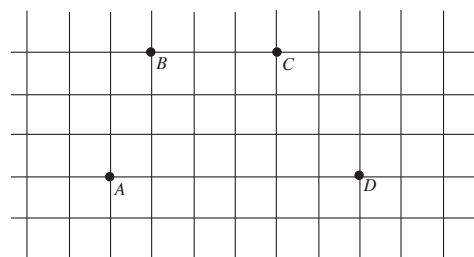
- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) Infinite

2. (Punti 3) L'occhio in figura è realizzato da due quarti di circonferenza ciascuno di lunghezza 1 e dal cerchio  $C$  di raggio più grande possibile contenuto nella regione limitata da essi individuata. Quanto è lunga la circonferenza che delimita  $C$ ?



- A) 2      B)  $\pi - 1$       C)  $3\sqrt{2} - 2$       D)  $4\sqrt{2} - \pi$   
E) Un numero diverso dai precedenti.

3. (Punti 3) Su un foglio di carta quadrettata (in figura ne vedi una porzione) sono marcati i quattro punti  $A, B, C, D$ . Enrico vuole individuare una figura che sia un triangolo equilatero, oppure un quadrato, oppure un cerchio il cui bordo passi per tutti i quattro punti. Allora la figura potrà essere



- A) sia un triangolo equilatero, sia un quadrato, ma non un cerchio.  
B) un quadrato, ma non un triangolo equilatero né un cerchio.  
C) sia un quadrato, sia un cerchio, ma non un triangolo equilatero.  
D) una qualunque di quelle elencate.  
E) nessuna di quelle elencate.

4. (Punti 4) Alice e Barbara scelgono a caso e separatamente un numero intero compreso fra 1 e 2018. I due numeri vengono quindi confrontati. Qual è la probabilità che il numero scelto da Alice sia più grande di quello scelto da Barbara?

- A) 2019/4036      B) 2017/4036      C) 2017/4038      D) 1/2  
E) Nessuna delle precedenti.

5. (Punti 4) In un cubo viene inscritto un tetraedro regolare i cui spigoli sono diagonali delle facce del cubo. Qual è il rapporto tra il volume del cubo e il volume del tetraedro?

- A) 2      B) 3      C) 4/3      D) 3/2      E) 5/3

6. (Punti 4) Il numero di 2019 cifre (in notazione decimale)  $A111\dots11$ , dove  $A$  è una cifra e le rimanenti 2018 cifre sono tutte 1, è divisibile per 7. Quale cifra è  $A$ ?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 9

7. (Punti 5) Un numero primo  $r$  è somma di due numeri primi  $p$  e  $q$ . Accade inoltre che la somma delle cifre di  $r$  coincide con la somma delle cifre di  $p$  sommata alla somma delle cifre di  $q$ . Quanti sono i possibili numeri primi  $r$  che si trovano in questa situazione? (Attenzione: 1 non è un numero primo!)

- A) Solo 1      B) Esattamente 2      C) Esattamente 3      D) Esattamente 4  
E) Più di 4

8. (Punti 5) Per quanti numeri interi  $n$  il numero  $n/(n - 10)$  è intero?

- A) 4      B) 5      C) 7      D) 8      E) Infiniti

9. (Punti 6) Il numero  $20192018^2 - 20182019^2$  non è divisibile per

- A) 99      B) 101      C) 121      D) 1001      E) 10001

## Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Le soluzioni (reali) dell'equazione  $(97 - x)^{1/4} + x^{1/4} = 5$  sono numeri interi. Quanto vale il loro prodotto?

11. (Punti 5) Siano  $M$  la somma dei numeri interi positivi dispari minori di 1000 e  $N$  la somma dei numeri interi positivi pari strettamente minori di 1000. Quanto vale  $M - N$ ?

12. (Punti 5) Una fune a sezione circolare è ripartita con un taglio in due pezzi. Entrambi vengono arrotolati a spirale su un tavolo in modo da ottenere approssimativamente due dischi. Il raggio di uno dei due è il doppio del raggio dell'altro. Qual è il rapporto tra la lunghezza dell'intera fune e la lunghezza del pezzo più corto? (Se necessario, approssima la risposta all'intero più vicino.)

13. (Punti 6) Marco deve tirare tre calci di rigore. Conoscendosi, sa che la probabilità di segnare è la stessa in tutti e tre e che quella di segnare in almeno uno dei tre è 0,999. Qual è la probabilità che riesca a segnare quando tira il primo rigore? (Indica le cifre decimali dopo la virgola fino alla quarta: ad es. se la probabilità fosse 0,81 scrivi la risposta come 8100.)

14. (Punti 6) Per quante diverse coppie ordinate  $(a, b)$  di numeri interi relativi compresi fra  $-2018$  e  $2018$ , estremi inclusi, risulta  $2a + b + 6 = 0$ ?

15. (Punti 6) A ogni punto  $P$  del piano a coordinate intere è assegnato un numero intero non negativo che risulta essere la media dei quattro numeri assegnati ai quattro punti che distano 1 da  $P$ . Al punto  $(2018, 2018)$  è assegnato il numero 2018. Qual è il più piccolo dei valori che compaiono fra quelli assegnati al variare di  $P$ ?

16. (Punti 7) Quanti numeri interi compresi fra 0001 e 9999 incluso sono tali che la somma delle prime due cifre coincide con la somma delle altre due?

17. (Punti 7) Una compagnia ferroviaria gestisce una linea con  $m$  stazioni. Ne fa poi costruire altre  $n$ , con  $n > 1$ . Per ogni nuova tratta viene stampato un nuovo tipo di biglietto (attenzione: la tratta dalla stazione  $A$  alla stazione  $B$  è diversa da quella da  $B$  a  $A$ ). Se in totale vengono stampati 46 nuovi tipi di biglietti, quanto valgono, nell'ordine,  $m$  e  $n$ ? (Ad esempio, se fosse  $m = 25$  e  $n = 4$ , scrivi come risposta 2504.)

18. (Punti 8) Per quante terne ordinate  $(a, b, c)$  di numeri interi relativi accade che  
$$a \times b \times c = 45.000?$$

B	E	A	B	B	D	E	D	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1296	0500	0005	9000	2019	2018	0669	1102	3600
------	------	------	------	------	------	------	------	------