

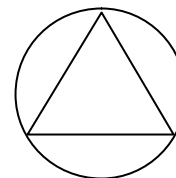


Kangourou della Matematica 2008
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 12 maggio 2008



LIVELLO BENJAMIN

B1. (5 punti) In figura vedi un cerchio in cui è inscritto un triangolo equilatero. L'area del triangolo è maggiore, minore o uguale alla metà di quella del cerchio? Motiva le tue affermazioni.



B2. (7 punti) Nella griglia sottostante non si può eliminare il simbolo "=", ma si possono eliminare due caselle, in modo che l'uguaglianza che ne risulta sia verificata. Scrivi tale uguaglianza.

1	2	9	x	5	+	4	x	3	=	6	8	0	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

B3. (11 punti) Supponi di aver estratto a caso dieci numeri interi maggiori di 0: puoi sempre sceglierne due in modo che la loro somma o la loro differenza sia un numero divisibile per 10? Se sì come? se no perché?

B4. (14 punti) Un numero di Isabella è un numero (intero maggiore di zero) palindromo che è divisibile per 27. Qual è il più piccolo numero di Isabella? (Ricordiamo che un numero palindromo è un numero che può essere letto indifferentemente da destra a sinistra o da sinistra a destra, come per esempio i numeri 6226 o 97579.)

B5. (18 punti) Il negozio di dolci ha caramelle di 10 gusti diversi; voglio confezionare 12 pacchetti di caramelle in modo che

- il numero di gusti presenti sia lo stesso in ogni pacchetto;
- pacchetti diversi differiscano per almeno un gusto.

Qual è il massimo numero di gusti che possono essere presenti nei pacchetti?

B6. (22 punti) Diciamo che un numero intero maggiore di zero è LIETO se il suo quadrato (cioè il prodotto del numero per se stesso) è divisibile per ciascuno dei seguenti numeri: 7, 8, 9, 10. Trova tutti i numeri LIETI minori di 1000.

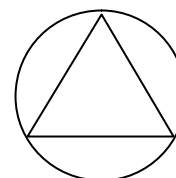


Kangourou della Matematica 2008
finale nazionale italiana
Mirabilandia, 12 maggio 2008



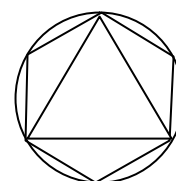
LIVELLO BENJAMIN

B1. (5 punti) In figura vedi un cerchio in cui è inscritto un triangolo equilatero. L'area del triangolo è maggiore, minore o uguale alla metà di quella del cerchio? Motiva le tue affermazioni.



Soluzione: È minore.

Per vederlo si può costruire l'esagono regolare inscritto che condivide tre vertici con il triangolo: la sua area è ovviamente minore di quella del cerchio ed è il doppio di quella del triangolo equilatero.



B2. (7 punti) Nella griglia sottostante non si può eliminare il simbolo "=", ma si possono eliminare due caselle, in modo che l'uguaglianza che ne risulta sia verificata. Scrivi tale uguaglianza.

1	2	9	x	5	+	4	x	3	=	6	8	0	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Soluzione:

1	2	9	x	5	+	4	x	3	=	6	8	0	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

B3. (11 punti) Supponi di aver estratto a caso dieci numeri interi maggiori di 0: puoi sempre sceglierne due in modo che la loro somma o la loro differenza sia un numero divisibile per 10? Se sì come? se no perché?

Soluzione: Sì.

Se i numeri hanno le cifre delle unità tutte diverse fra loro si può fare ad esempio la somma dei numeri che hanno come ultime cifre 1 e 9; in caso contrario basta fare la differenza di due numeri che abbiano la stessa ultima cifra.

B4. (14 punti) Un numero di Isabella è un numero (intero maggiore di zero) palindromo che è divisibile per 27. Qual è il più piccolo numero di Isabella? (Ricordiamo che un numero palindromo è un numero che può essere letto indifferentemente da destra a sinistra o da sinistra a destra, come per esempio i numeri 6226 o 97579.)

Soluzione: 999.

I numeri palindromi di due cifre non sono divisibili per 27. Tra quelli di tre cifre bisogna cercare i numeri palindromi divisibili per 9 (e quindi tali che la somma delle loro cifre sia divisibile per 9) e ancora per 3.

I palindromi la somma delle cui cifre è 9 sono 171, 252, 333=37x9,

mentre quelli la somma delle cui cifre è 18 sono 585=13x9x5, 666=37x9x2.

Nessuno di questi soddisfa l'ulteriore condizione di essere divisibile per 27, al contrario di 999=37x9x3 che è quindi un numero di Isabella.

B5. (18 punti) Il negozio di dolci ha caramelle di 10 gusti diversi; voglio confezionare 12 pacchetti di caramelle in modo che

- il numero di gusti presenti sia lo stesso in ogni pacchetto;
- pacchetti diversi differiscano per almeno un gusto.

Qual è il massimo numero di gusti che possono essere presenti nei pacchetti?

Soluzione: 8 gusti.

Infatti scegliendo 9 dei 10 gusti posso comporre solo 10 sacchetti diversi tra loro (per almeno un gusto), mentre scegliendo 8 gusti ne posso comporre addirittura 45.

B6. (22 punti) Diciamo che un numero intero maggiore di zero è LIETO se il suo quadrato (cioè il prodotto del numero per se stesso) è divisibile per ciascuno dei seguenti numeri: 7, 8, 9, 10. Trova tutti i numeri LIETI minori di 1000.

Soluzione: 420 e 840.

I numeri che dividono "obbligatoriamente" i quadrati dei numeri LIETI si scompongono in fattori primi come segue:

$$7, 8=2 \times 2 \times 2, 9=3 \times 3, 10=2 \times 5$$

e quindi tali quadrati devono essere divisibili anche per i numeri primi 2, 3, 5, 7.

Ma il quadrato di un numero N non può essere diviso per un numero primo P se P non divide N.

Quindi un numero LIETO N avrà tra i suoi fattori 2, 3, 5, 7.

D'altra parte $2 \times 3 \times 5 \times 7$ ha quadrato divisibile per 9 ma non per 8.

Quindi il più piccolo numero LIETO è $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 20 \times 21 = 420$.

Ogni suo multiplo è ancora LIETO e, viceversa, ogni numero LIETO deve essere un suo multiplo, ma fra i suoi multipli solo 840 è minore di 1000.