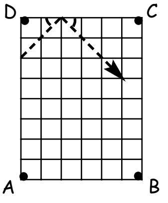
Kangourou Italia
Gara del 15 marzo 2007
Categoria Cadet
Per studenti di terza della scuola secondaria di primo grado o prima della secondaria di secondo grado

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

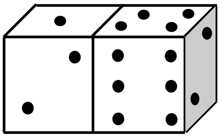
1. 4 x 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 x 4=?
A) 96 B) 48 C) 100 D) 32 E) 384

2. Due anni fa Anna aveva 8 volte l'età di suo fratello Billy. Oggi Anna ha 10 anni. Fra quanti anni Billy avrà 10 anni?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. Una palla di biliardo colpisce il bordo del tavolo con un angolo di 45°, come mostrato in figura. In quale delle buche cadrà?
A) A B) B C) C D) D
E) in nessuna

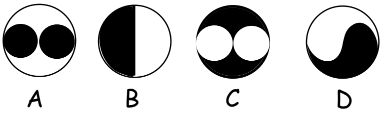


4. Qual è la somma dei punti sulle facce dei due dadi che non sono visibili nella figura?
A) 15 B) 12 C) 7
D) 27 E) un numero diverso dai precedenti



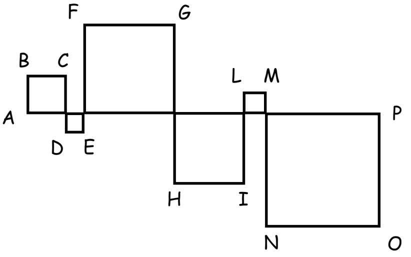
5. Si vuol fare una coltura di ninfee in uno stagno. Ogni giorno la coltura raddoppia la sua estensione e se si mette a dimora una sola ninfea, dopo 12 giorni lo stagno è pieno. Dopo quanti giorni sarà pieno lo stagno se si mettono a dimora 4 ninfee?
A) 3 B) 4 C) 8 D) 10 E) 6

6. In quale cerchio la parte nero è più estesa di quella bianca?
A) A B) B C) C D) D
E) nessuno dei quattro



7. I quadrati in figura sono stati formati intersecando il segmento AP lungo 24 centimetri con la linea spezzata ABC…OP. Quanti centimetri è lunga la spezzata ABC…OP?

A) 48 B) 56
C) 96 D) 106
E) un valore diverso dai precedenti

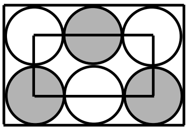


8. Un numero è detto palindromo se la sua rappresentazione decimale può essere indifferentemente letta da destra a sinistra o da sinistra a destra, come capita per esempio con 13931. Qual è la differenza tra il più grande numero palindromo di 6 cifre significative e il più piccolo di 5 cifre significative?

A) 989989 B) 989998 C) 998998
D) 999898 E) 999988

Cadet

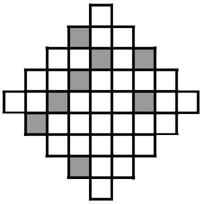
9. Considera sei circonferenze dello stesso raggio disposte all'interno di un rettangolo grande, tangenti fra loro e tangenti i lati del rettangolo, come indicato in figura. I vertici del rettangolo piccolo sono situati ciascuno nel centro di una circonferenza. Il perimetro del rettangolo piccolo misura 60 centimetri. Quanti centimetri misura il perimetro di quello grande?



A) 160 B) 140 C) 120 D) 100 E) 80

10. Vogliamo fare in modo che la figura a fianco presenti un asse di simmetria. Qual è il più piccolo numero di quadratini che basta annerire per ottenere lo scopo?

A) 4 B) 6 C) 5 D) 2 E) 3



I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Qual è il più piccolo numero primo che divide la somma $3^{11} + 5^{13}$?

A) 2 B) 3 C) 5 D) $3^{11} + 5^{13}$
E) nessuno dei precedenti

12. In una classe mista il numero delle ragazze è inferiore di tre a quello dei ragazzi. Ogni ragazzo è amico esattamente di quattro ragazze, mentre ogni ragazza è amica esattamente di cinque ragazzi (naturalmente l'amicizia è reciproca). Quante persone vi sono in quella classe?

A) 21 B) 23 C) 27 D) 30 E) 33

13. Sei diversi punti sono individuati su due rette parallele: quattro su una e due sull'altra. Quanti sono i triangoli che hanno per vertici i punti in questione?

A) 18 B) 16 C) 12 D) 8 E) 6

14. Un sondaggio ha rivelato che, tra i consumatori di cioccolata del paese di Dolcezza, 2/3 comprano la marca A e 1/3 la marca B. Un nuovo sondaggio, svolto dopo una campagna pubblicitaria in favore della marca B, ha evidenziato che 1/4 dei consumatori che prima preferivano A ora sono passati a B. La frazione di consumatori che adesso comprano A è

A) 5/12 B) 1/4 C) 7/12 D) 1/3

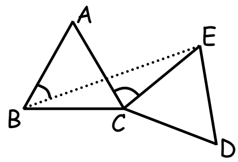
E) nessuna delle precedenti.

Cadet

15. I triangoli ABC e CDE in figura sono congruenti e equilateri. Se l'angolo ACE misura 80 gradi, quanti gradi misura l'angolo ABE?

A) 25 B) 30 C) 35

D) 40 E) 45



16. Considera tutti i numeri interi da 1 a 10000. Quale percentuale di essi è un quadrato perfetto?

A) 1% B) 1,5% C) 2% D) 2,5% E) 5%

17. 9 rette, di cui 5 tracciate orizzontalmente e 4 verticalmente, individuano 12 celle rettangolari; invece 6 rette orizzontali e 3 verticali individuano solo 10 celle. Quante celle puoi ottenere al massimo tracciando 15 rette?

A) 22 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

18. Hai un foglio di carta rettangolare con un lato doppio dell'altro. Ci sono due cilindri che possono essere "fasciati" esattamente dal foglio, congiungendo senza sovrapposizioni lati opposti del foglio. Chiama C_1 il cilindro fasciato dal foglio quando accosti i lati corti e C_2 quello fasciato dal foglio quando accosti i lati lunghi e denota rispettivamente con V_1 e V_2 i loro volumi. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

A) $V_1 = 2\ V_2$ B) $V_2 = 2\ V_1$ C) $V_1 = 2^3\ V_2$

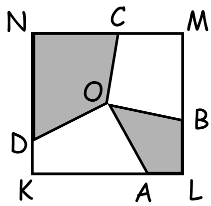
D) $V_1 = V_2$ E) $V_2 = 2^3\ V_1$

19. Togliamo tre numeri dalla griglia qui a lato, in modo che dopo averli tolti nessuna riga e nessuna colonna rimanga completa; sommiamo quindi i numeri tolti. Qual è la somma più grande che si riesce ad ottenere?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

A) 12 B) 15 C) 18
D) 21 E) 24

20. Nella figura a fianco O è il centro del quadrato KLMN e i punti su ciascun lato di KLMN sono scelti con l'unico vincolo che il segmento OA sia perpendicolare al segmento OD e il segmento OB sia perpendicolare al segmento OC. Se il lato del quadrato misura 2, quanto misura l'area della regione ombreggiata?



A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 2,25
E) Non è possibile rispondere, poiché dipende dalla scelta dei punti A e B.

Cadet

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Una calcolatrice mal funzionante non mostra mai la cifra 1. Ad esempio se si digita 3131 compare solo il numero 33, senza spazi. Marco ha digitato un numero di 6 cifre, ma è comparso solo il numero 2007: quanti numeri devo elencare per essere certo di dire il numero digitato da Marco?
A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

22. Alfredo esce per una passeggiata: il primo tratto di strada è pianeggiante, il secondo in salita. Ritorna per la stessa strada e complessivamente impiega due ore. La sua velocità è di 4 km/h sul terreno pianeggiante, di 3 km/h in salita e di 6 km/h in discesa. Per quanti chilometri ha camminato Alfredo?
A) Non è possibile rispondere, perché dipende dalla lunghezza della strada in piano.
B) 6 C) 7.5 D) 8 E) 10

23. Anna e Bice insieme pesano meno di quanto pesano insieme Carla e Dina; Carla ed Emma insieme pesano meno di quanto pesano insieme Franca e Bice. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?
A) Anna ed Emma insieme pesano meno di Franca e Dina.
B) Dina ed Emma insieme pesano più di Carla e Franca.
C) Dina ed Franca insieme pesano più di Anna e Carla.
D) Anna ed Bice insieme pesano meno di Carla e Franca.
E) Anna, Bice e Carla insieme pesano quanto Dina, Emma e Franca.

24. La prima cifra di un numero di quattro cifre è uguale al numero di cifre 0 di quel numero, la seconda cifra è uguale al numero di cifre 1, la terza è uguale al numero di cifre 2, la quarta è uguale al numero di cifre 3. Quanti sono i numeri con questa proprietà?

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. Comprendendo tra i divisori di un numero il numero stesso e l'unità, un intero positivo n ha due divisori mentre $n + 1$ ne ha tre. Quanti sono i divisori di $n + 2$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
E) dipende da n

26. Su un tavolo sono disposte 9 carte su ciascuna delle quali appare un numero, come in figura. Gigi e Piero rimuovono ciascuno quattro carte: la somma dei numeri scritti sulle carte rimosse da Gigi è tre volte quella dei numeri scritti sulle carte rimosse da Piero. Quale numero è scritto sulla carta che rimane in tavola?

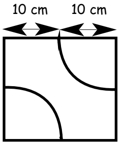
4	12	8
13	24	14
7	5	23

A) 4 B) 7 C) 14 D) 23 E) 24

27. Cinque numeri interi sono scritti su una circonferenza in modo che nessuna coppia e nessuna terna di numeri adiacenti dia una somma divisibile per 3. Tra questi numeri quanti sono divisibili per 3?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3
E) I dati sono insufficienti per rispondere.

28. In figura è mostrata una piastrella quadrata di lato 20 cm, con due motivi decorativi a forma di quarto di circonferenza di raggio 10 cm, centrate in vertici opposti del quadrato. Pavimentiamo con piastrelle come questa una superficie quadrata di lato 80 cm in modo che gli archi si connettano a due a due. Qual è la lunghezza in centimetri della più lunga curva connessa che può venire a formarsi in questo modo?



A) 75 π B) 100 π C) 105 π
D) 110 π E) 140 π

29. Un numero intero di tre cifre è stato diviso per 9: la somma delle cifre del quoziente è inferiore di 9 alla somma delle cifre del numero di partenza. Quanti numeri di tre cifre hanno questa proprietà?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 11

30. Uno strano calcolatore può fare solo le seguenti operazioni: moltiplicare per 2 o per 3, oppure elevare alla potenza 2 o alla potenza 3. Partendo dal numero 15, quale dei seguenti numeri può essere ottenuto con 5 operazioni successive di questo calcolatore?

A) $2^8\ 3^5\ 5^6$ B) $2^6\ 3^6\ 5^4$ C) $2^3\ 3^3\ 5^3$

D) $2^8\ 3^4\ 5^2$ E) $2 \cdot 3^2\ 5^6$

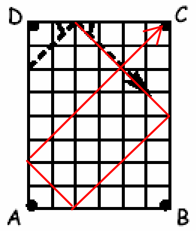
Cadet

Categoria Cadet
Per studenti del terzo anno della scuola secondaria di primo grado o del primo anno della scuola secondaria di secondo grado

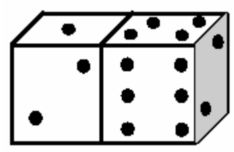
1. Risposta **B)** Infatti la somma data corrisponde a sommare 3 volte 4 x 4.

2. Risposta **D)** Due anni fa Anna aveva 8 anni e suo fratello 1. Oggi Anna ha 10 anni e Billy 3, dunque fra 7 anni Billy ne avrà 10.

3. Risposta **C)** Basta completare il disegno, tenendo conto che, ogni volta che la pallina rimbalza su una sponda, sono uguali gli angoli formati dalla sponda rispettivamente con le traiettorie seguite dalla pallina prima e dopo l'urto.

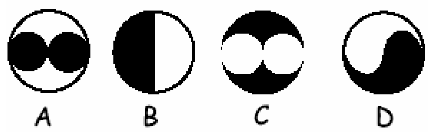


4. Risposta **D)** Basta osservare che la somma dei punti sulle sei facce di ciascun dado è 1+2+ … +6=21, mentre la somma dei punti in evidenza è 15 e 42 – 15 = 27.

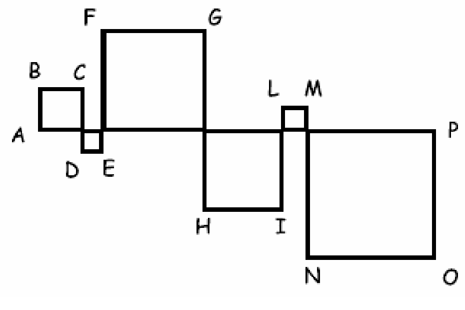


5. Risposta **D)** Se si mette a dimora 1 sola ninfea se ne hanno 4 dopo 2 giorni. Quindi la situazione proposta corrisponde a chiedersi quanti giorni oltre il secondo sono necessari perché la popolazione generata da una sola ninfea riempia lo stagno.

6. Risposta **E)** È facile vedere che B è esattamente metà bianco e metà nero; A e C sono uno il complementare dell'altro: se diciamo R il raggio del cerchio grande, ognuno dei cerchi piccoli ha raggio R/2, dunque l'area nera di A (o bianca di C) è di $2 \times \pi \times (R/2)^2$ che risulta ancora una volta la metà dell'area del cerchio grande. Infine, se tracciamo un diametro orizzontale in D, ci accorgiamo che la parte superiore nera equivale alla parte inferiore bianca. Dunque le 4 figure hanno tutte la stessa parte di bianco e di nero.

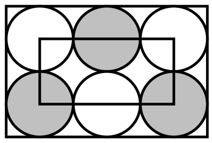


7. Risposta **E)** Infatti di ogni quadrato la spezzata percorre tre lati; il quarto lato di ciascuno giace su AP: quindi la somma delle lunghezze dei lati dei 6 quadrati è 24 cm e la spezzata misura tre volte tale lunghezza: 72 cm.

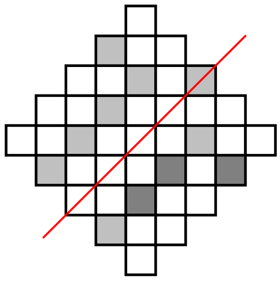


8. Risposta **B)** Il più grande palindromo di 6 cifre è 999999; il più piccolo di 5 cifre è 10001; la differenza è 989998.

9. Risposta **D)** La parte di perimetro del rettangolo piccolo contenuta in ogni cerchio corrisponde all'unione di due raggi: dato che tale perimetro misura 60 cm, ogni diametro misura 10 cm. Il perimetro del rettangolo esterno è pari a 10 diametri e quindi misura 100 cm.



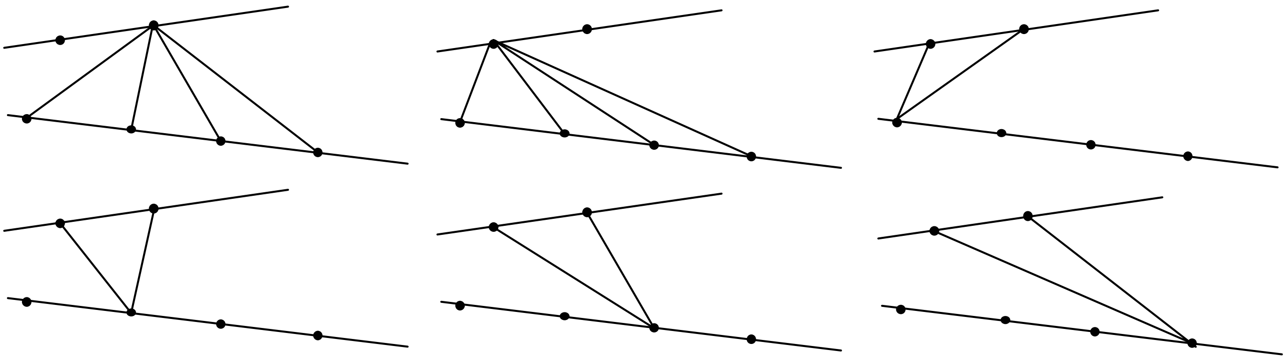
10. Risposta **E)** La figura a sinistra mostra che aggiungere 3 quadratini è sufficiente a realizzare una simmetria rispetto ad un asse inclinato di 45° rispetto al lato del foglio. È poi facile controllare che per avere una figura simmetrica rispetto a un asse perpendicolare a questo ne servono 5, mentre per averla simmetrica rispetto ad un asse orizzontale o verticale ne servono 4. Infine, non è possibile che la figura presenti assi di simmetria con direzioni diverse da queste, visto che ciascun quadratino componente la figura non ha assi di simmetria diversi dagli assi e dalle diagonali.



11. Risposta **A)** Infatti tanto 3^{11} che 5^{13} sono numeri dispari e quindi la loro somma è pari.
12) In una classe mista il numero delle ragazze è inferiore di tre a quello dei ragazzi.

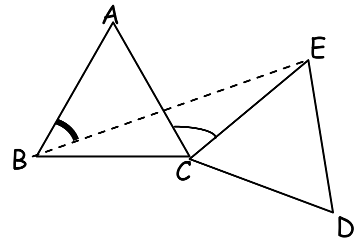
12. Risposta **C)** Infatti, se n è il numero delle ragazze, il numero dei ragazzi è $n+3$ e il numero di legami di amicizia è $5n = 4(n+3)$. Dunque le ragazze sono 12 e i ragazzi 15: in totale 27.

13. Risposta **B)** Il numero di modi con cui si possono scegliere 3 punti da 6 assegnati, tenendo conto dell'ordine è 6x5x4; ma per individuare un triangolo non è importante l'ordine in cui si elencano i suoi 3 vertici: essendo 6 i modi con cui si possono elencare 3 vertici, si vede che i modi con cui si possono scegliere i vertici di un triangolo da 6 punti sono 20; ma alcune di queste terne per ipotesi sono allineate e quindi non danno luogo a un vero triangolo (bensì a quello che si chiama triangolo degenere): esse sono 4. Quindi in totale i veri triangoli sono 16. Alternativamente si può provare a contare tutti i triangoli tracciandoli con la strategia di elencare tutti quelli che congiungono un vertice su una retta con quelli sulla retta opposta, come mostrato in figura. Attenzione: nei primi due casi i triangoli sono 6.



14. Risposta **E)** La frazione di consumatori che ora preferiscono A corrisponde ai 3/4 della precedente, cioè 2/4 = 1/2.

15. Risposta **D)** L'angolo BCE misura 140 gradi e, visto che BC=CE, l'angolo EBC misura 20 gradi: per differenza si ha che ABE misura 40 gradi.



16. Risposta **A)** Visto che 100^2=10000, solo i quadrati dei primi 100 numeri appartengono all'insieme considerato. Quindi sono quadrati perfetti 100/10000=1/100.

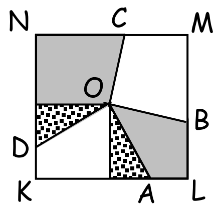
17. Risposta **E)** La somma del numero di righe e di colonne di ogni tabella ottenibile con 15 rette è pari a 15 - 2 = 13 ed il numero di celle, detto x il numero delle righe, è x(13 - x): questo numero è massimo per x = 6 e per x = 7. In entrambi i casi x(13 - x) = 42.

18. Risposta **A)** Detta a la lunghezza del lato corto del rettangolo, la base di C_1 ha raggio $2a/2\pi = a/\pi$ e quindi $V_1 = a\pi(a/\pi)^2 = a^3/\pi$ e similmente $V_2 = 2a\pi(a/2\pi)^2 = a^3/2\pi$, per cui $V_1 = 2V_2$.

19. Risposta **B)** Gli elementi di ogni riga sono ottenuti da quelli della riga che sta sopra aggiungendo 3. Visto che devo prendere un numero in ciascuna riga e in ciascuna colonna, se chiamo x, y, z gli elementi della prima riga, una volta scelto x posso sommare y + 3 e z + 6 oppure z + 3 e y + 6: in ogni caso la somma sarà x + y + z + 9 = 15.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

20. Risposta **B)** Gli angoli OAK e ODN sono uguali, poiché OAKD è un quadrilatero con due angoli opposti retti; la distanza di O da KL coincide con quella da NK: quindi i due triangoli rettangoli con ipotenusa rispettivamente OA e OD e cateti sul segmento KA e DN sono uguali. Quindi il quadrilatero OAKD è equivalente a un quadrato di lato 1. Lo stesso ragionamento porta a dire che anche OBMC lo è. Quindi l'area della regione scura è 2^2 - 1 - 1 = 2.



21. Risposta **D)** Due delle sei cifre sono uguali a 1; quindi il problema consiste nel trovare in quanti modi posso scegliere la posizione di queste due cifre.

Fissato il primo 1 in posizione:	I	II	III	IV	V	VI
numero di scelte possibili per la posizione del secondo 1:	5	4	3	2	1	

Sommando: 15 modi. Ovviamente ciò corrisponde a trovare il numero di combinazioni di 6 oggetti - le posizioni - a 2 a 2: $\binom{6}{2}$ = 15.

22. Risposta **D)** Visto che la velocità in discesa è doppia che in salita e che il tratto da percorrere è lo stesso, il tempo t (misurato in ore) impiegato per la discesa è la metà di quello impiegato per la salita; quindi il tempo impiegato complessivamente per i due tratti in piano è $2 - 3t$. Ricordando che lo spostamento (in km) è il prodotto della velocità (in km/h) per il tempo (in ore) durante il quale quella velocità è stata tenuta, l'intero percorso è quindi di $4(2 - 3t) + 3(2t) + 6t = 8$ km.

23. Risposta **A)** Denotiamo il peso delle sei ragazze con le iniziali dei loro nomi. Si ha $a+b < c+d$, $c+e < f+b$ e sommando membro a membro $a+b+c+e < c+d+f+b$. Da ciò:
$a+e < d+f$.
Le altre affermazioni possono essere false:
B) $a = b = d$, $c = b+1$, $f = 2+e$ $\Rightarrow$ $d+e = b+e$ non è $>$ $c+f = b+1+2+e$
C) $a = d+1$, $b = c-2$, $e = c-3$, $f = c$ $\Rightarrow$ $d+f = d+c$ non è $>$ $a+c = d+1+c$
D) $c = b-1$, $d = a+2$, $e = f = a$ $\Rightarrow$ $a+b$ non è $<$ $c+f = b-1+a$
E) $b = d = e+1$, $c = e = f = a+1$ $\Rightarrow$ $a+b+c \neq d+e+f$

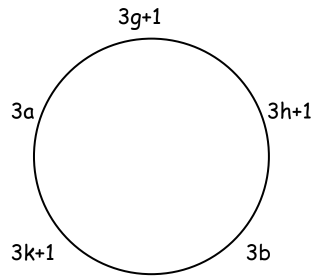
24. Risposta **B)** La prima cifra (che dà il numero di cifre 0) non è 0, altrimenti il numero non sarebbe di 4 cifre; non è 3 in quanto, se nel numero di quattro cifre ci sono un 3 e tre 0, il numero è 3000 e lo 0 in quarta posizione contraddice la presenza di un 3; dunque la prima cifra o è 1 o è 2. Se è 2 si deve avere in terza posizione una cifra diversa da 0: non è 1 (altrimenti anche la seconda cifra dovrebbe essere diversa da 0 e non ci sarebbero due 0); quindi il numero è **2020**. Se la prima cifra è 1, c'è un solo 0; la seconda cifra non è 1 (non conterebbe il numero di cifre 1 contenute nel numero), non è 3 (mancherebbe lo spazio per lo zero) quindi è 2 e il numero è **1210**. Non ci sono altre possibilità: quindi sono due i numeri con la proprietà richiesta.

25. Risposta **A)** Il numero n ha due divisori quindi è primo. Se fosse 2 non sarebbe vero che $n + 1$ ha 3 divisori. Dunque $n + 1$ è pari e deve avere solo 3 divisori: 1, 2 e sé stesso e quindi è 4. Allora $n + 2 = 5$ ha 2 divisori.

26. Risposta **C)** La somma dei numeri è 24 + 51 + 35 = 110. Detto R il numero sulla carta rimasta in tavola, la somma dei numeri sulle carte di Piero è (110 - R)/4. D'altra parte, se si divide 110 per 4 si ha resto 2: quindi, comunque sia stata operata la ripartizione delle carte, in tavola deve rimanere un numero pari non divisibile per 4: l'unico, tra quelli che compaiono sulle carte, che soddisfa questa condizione è 14. Si vede poi che questa ripartizione è effettivamente ottenibile: infatti 96/4 = 24 = 4 + 5 + 7 + 8.

4	12	8
13	24	14
7	5	23

27. Risposta **C)** Non è possibile mettere 3 (o più numeri) divisibili per 3 su una circonferenza senza che ce ne siano almeno 2 accostati: in tal caso la loro somma è divisibile per 3. Non è possibile mettere 4 (o 5) numeri non divisibili per 3: in tal caso essi risultano adiacenti e la somma di due (nel caso siano vicini numeri della forma 3k+1 e 3h+2) o di tre (nel caso siano tutti della stessa forma) di loro è divisibile per 3.

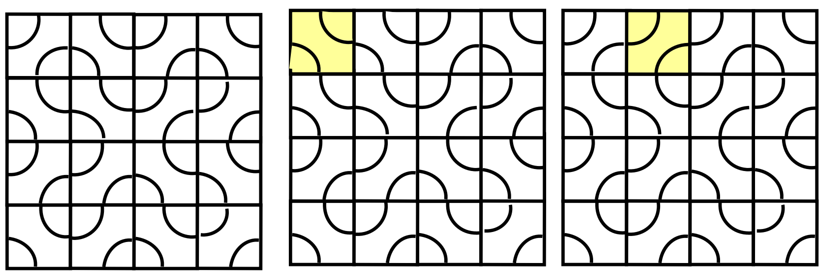


La figura mostra che con esattamente due numeri divisibili per 3 è possibile una configurazione come quella richiesta: nessuna coppia o terna contigua dà per somma un numero divisibile per 3.

28. Risposta **D)** Si devono usare 16 piastrelle per piastrellare l'intera superficie: quindi la lunghezza totale degli archi di circonferenza disegnati sulle piastrelle è $16 \times 10\pi$. Alcuni di questi archi però avranno un estremo sul bordo della superficie e l'altro

- anch'esso sul bordo (archi negli angoli) oppure
- connesso all'estremo di un altro arco con un estremo sul bordo (archi sui lati)

e quindi non entreranno a far parte della lunga curva connessa di cui vogliamo massimizzare la lunghezza. Vogliamo che questa situazione si presenti nel minor numero possibile di casi.
L'idea è di visitare con la curva tutte le piastrelle, possibilmente due volte.
Il primo disegno mostra una visita delle quattro caselle centrali due volte e di quelle laterali una volta; lunghezza della curva: $(4 \times 10 + 12 \times 5)\pi$ cm.



Il secondo - ottenuto ruotando una piastrella d'angolo - migliora la situazione permettendo di visitare due volte anche la piastrella ruotata, ma il terzo - ottenuto ruotando una piastrella sul lato - estende la doppia visita ad entrambe le piastrelle sul lato; lunghezza della curva: $(6 \times 10 + 10 \times 5)\pi$ cm. Ogni ulteriore rotazione di altre piastrelle sui bordi o al centro spezza la curva, che quindi diventa più corta.

29. Risposta **D)** La somma delle cifre del numero N di partenza è divisibile per 9 (altrimenti il numero non sarebbe divisibile per 9): non è 27 che proviene solo da 999 e non soddisfa la seconda condizione; non è 9 (poiché è impossibile che la somma delle cifre del quoziente sia 0); dunque la somma delle cifre di N è 18 e quella delle cifre del suo quoziente per 9 è 9.
Quindi N è sicuramente un multiplo di 81 minore di 1000.

Il più grande N è 12x81 = **972** = 108x9 (infatti 13x81 = 12x81+81 supera 1000); dei multipli di 81 minori di 12x81, cinque non vanno bene perché la somma delle loro cifre non è 18:
2x81 = 162, 3x81 = 243, 4x81 = 324, 5x81 = 405, 10x81 = 810,
mentre 11x81 = 99x9 non va bene perché la somma delle cifre del quoziente è 18. Gli altri quattro multipli invece soddisfano entrambe le condizioni:
9x81 = **729**, 8x81 = 72x9 = **648**, 7x81 = 63x9 = **567**, 6x81 = 54x9 = **486**.

30. Risposta **B)** Partendo dal numero 15 una potenza sua o di un suo multiplo con esponente 2 o 3 deve contenere 3 "almeno" alla stessa potenza di 5: quindi $2^8\ 3^5\ 5^6$ e $2 \cdot 3^2\ 5^6$ (cioè A ed E) non possono essere ottenuti.
$2^3\ 3^3\ 5^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (15)^3$, cioè C, può essere ottenuto con al più 4 operazioni;
$2^8\ 3^4\ 5^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15)^2$, cioè D, non può essere ottenuto con sole 5 operazioni;
$2^6\ 3^6\ 5^4 = (2 \cdot 3 \cdot (2 \cdot 15)^2)^2$ può essere ottenuto con esattamente 5 operazioni.