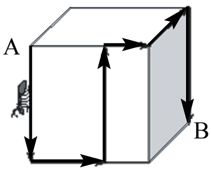
Kangourou Italia
Gara del 17 marzo 2005
Categoria Cadet
Per studenti di terza media o prima superiore

Cadet

I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

1. Quanti minuti dura la metà di un terzo di un quarto di un giorno?
A) 20 B) 30 C) 60 D) 120 E) 150

2. In figura è rappresentato un cubo il cui spigolo misura 12 cm. Una formica si muove sulla superficie del cubo dal vertice A al vertice B lungo la traiettoria mostrata in figura. La lunghezza del percorso fatto dalla formica è

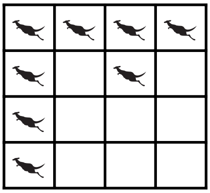


A) 40 cm B) 48 cm C) 50 cm
D) 60 cm E) impossibile da determinare

3. Anna taglia un foglio di carta in 10 pezzi. Poi prende uno di questi pezzi e lo taglia di nuovo in 10 pezzi e va avanti così per altre tre volte (cioè in totale 5 volte). Quanti pezzi di carta si ritrova alla fine?
A) 40 B) 45 C) 46 D) 47 E) 50

4. Il 50% degli studenti della Scuola Sobieski ha una bicicletta. Di essi il 30% ha i rollerblade. Quale percentuale degli studenti della Scuola Sobieski ha tanto la bici che i rollerblade?
A) 80% B) 40% C) 25% D) 20% E) 15%

5. Vi sono 8 canguri nelle caselle del disegno a destra. Trova il minimo numero di canguri a cui ti basta far cambiare casella se vuoi che ogni riga e ogni colonna della tabella contenga esattamente 2 canguri.



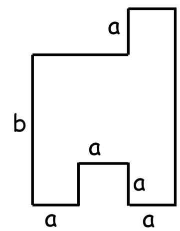
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. In un triangolo ABC l'angolo in A ha misura tripla di quella dell'angolo in B e metà di quella dell'angolo in C. Quanti gradi misura l'angolo in A?
A) 30 B) 36 C) 54 D) 60 E) 72

7. Due ragazze e tre ragazzi hanno mangiato complessivamente 16 porzioni di gelato. Ogni ragazzo ha mangiato il doppio di ogni ragazza. Quante porzioni di gelato sarebbero state mangiate da tre ragazze e due ragazzi con la stessa passione per il gelato?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 17

8. Il disegno rappresenta la pianta di una stanza. Pareti adiacenti sono perpendicolari fra loro. Le lettere a e b rappresentano la lunghezza delle pareti cui sono affiancate. Qual è l'area del pavimento della stanza?



A) $8a + 2b$ B) $b^2 - a^2$

C) $3ab - a^2$ D) $3ab + a^2$ E) $3ab$

9. I corvi che vivono nel mio giardino si sono alzati tutti in volo; poi ogni corvo si è appollaiato su un palo diverso, tranne uno che sfortunatamente non ha trovato pali liberi. Dopo un po' si sono spostati e adesso sono appollaiati sui pali a coppie e un palo è rimasto libero. Quanti pali ci sono nel mio giardino?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

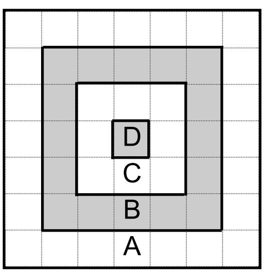
10. Alla sequenza di 7 lettere AGKNORU (in ordine alfabetico) è associata una sequenza di 7 cifre tutte diverse fra loro, poste in ordine crescente. Ogni sequenza scelta è un codice, rispettando il quale alla parola KANGOUROU viene associato un numero. Qual è il massimo numero che si può ottenere per la parola KANGOUROU al variare dei codici ammissibili?

A) 987654321 B) 987654354 C) 536478679

D) 536479879 E) 536454859

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. Considera il bersaglio in figura: il punteggio che si può conseguire è inversamente proporzionale all'area della regione colpita. Se un centro nella regione B vale 10 punti, un centro nella regione C vale

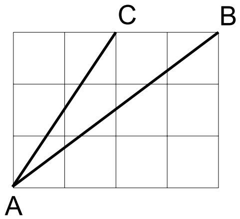


A) 5 punti B) 8 punti C) 16 punti

D) 20 punti E) 24 punti

12. Un gruppo di compagni di classe sta progettando una gita. Se ognuno contribuisse alle spese di viaggio con 14 euro, essi avrebbero 4 euro meno del necessario; se invece ognuno di essi contribuisse con 16 euro, avanzebbero 6 euro. Quale deve essere il contributo di ciascuno per raccogliere esattamente la cifra necessaria per il viaggio?
A) 14.40 euro B) 14.60 euro C) 14.80 euro D) 15.00 euro
E) 15.20 euro

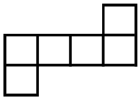
13. Su una griglia a maglie quadrate come quella in figura sono tesi due fili che congiungono il nodo A uno con il nodo C e l'altro con il nodo B. Se AC è lungo 3 m, quanti metri è lungo AB?

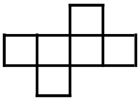


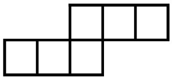
A) 5 B) $\sqrt{8}$ C) 13/3
D) $\dfrac{15}{\sqrt{13}}$ E) un altro numero

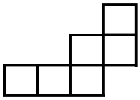
14. Un guardiano lavora 4 giorni consecutivi e riposa il quinto. Oggi è un giorno di riposo ed è domenica: qual è il numero di giorni lavorativi (per il guardiano) che intercorrono da oggi alla prima domenica che sarà di nuovo giorno di riposo per il guardiano?
A) 35 B) 30 C) 28 D) 24 E) 7

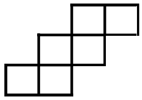
15. Quale dei seguenti non è lo sviluppo piano di un cubo?

A) 

B) 

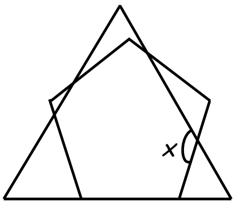
C) 

D) 

E) 

16. Stanotte è piovuto abbondantemente: sono caduti 20 litri di pioggia per metro quadrato. Quanto è alto il livello dell'acqua nel secchio che avevo lasciato, vuoto e non capovolto, in giardino?
A) 2 mm B) 5 mm C) 1 cm D) 2 cm
E) 5 cm

17. In figura sono rappresentati un triangolo equilatero ed un pentagono regolare, parzialmente sovrapposti; in particolare, uno dei lati del triangolo giace sulla stessa retta su cui sta uno dei lati del pentagono. Quanto misura in gradi l'angolo denotato con x?

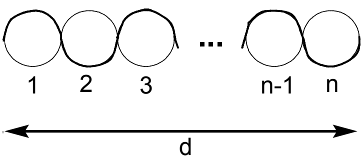


A) 136 B) 132 C) 128
D) 124 E) servono più informazioni

18. Clemente ha scelto due numeri interi, uno di tre cifre e uno di due cifre. La loro differenza vale 987. Quale dei seguenti numeri può essere la loro somma?

A) 1005 B) 1008 C) 1009 D) 1010 E) 1013

19. In figura abbiamo un certo numero di circonferenze uguali: i loro centri sono allineati ed esse sono a due a due tangenti (esternamente). Partendo dalla prima circonferenza a sinistra, ricalchiamo con la penna alternativamente le semicirconferenze superiore e inferiore, fino a raggiungere il punto più a destra nell'ultima circonferenza. Quanto è lunga la traccia della penna, se il numero di circonferenze è n e la distanza tra i punti più lontani della prima e dell'ultima è d?



A) dn B) πdn C) $2\pi dn$ D) $\pi d/2$ E) πd

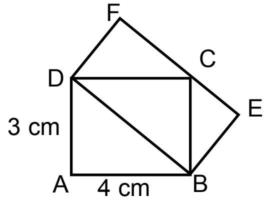
Cadet

20. Sia n un numero naturale maggiore di 1: chiamiamo lunghezza di n il numero di fattori che compaiono nella scomposizione di n come prodotto di numeri primi. Ad esempio, la lunghezza del numero 90=2x3x3x5 è 4. Quanti numeri positivi dispari minori di 100 hanno lunghezza 3?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) altra risposta

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. In figura sono rappresentati due rettangoli ABCD e DBEF. Se AB e AD misurano rispettivamente 4 cm e 3 cm, quanto vale l'area del rettangolo DBEF?

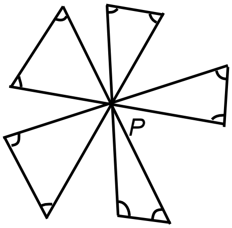


A) 10 cm^2 B) 12 cm^2
C) 13 cm^2 D) 14 cm^2 E) 16 cm^2

22. La media aritmetica di 10 diversi numeri interi positivi è 10. Quanto può valere al massimo il più grande tra questi 10 numeri?
A) 10 B) 45 C) 50 D) 55 E) 91

23. Ci sono 64 litri di vino in un barile. Sostituiamo 16 litri di vino con 16 litri di acqua: supponiamo che le due sostanze si mescolino uniformemente e che il volume del miscuglio sia la somma dei due volumi. Ora sostituiamo 16 litri del miscuglio con 16 litri d'acqua: aspettiamo che le due sostanze si mescolino e ripetiamo l'operazione un'altra volta. Alla fine quanti litri di vino (ovviamente mescolato ad acqua) rimangono nel barile?
A) 30 B) 24 C) 16 D) 27 E) 48

24. Cinque diverse rette passano per uno stesso punto P e su ciascuna di esse sono fissati due punti, diversi da P e da parti opposte rispetto a P: i cinque triangoli in figura sono ottenuti congiungendo opportunamente i dieci punti in questione. Quanti gradi misura la somma dei dieci angoli evidenziati in figura?

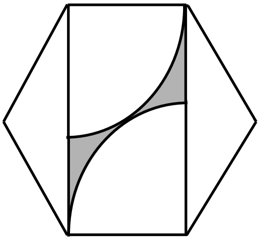


A) 300 B) 450 C) 360 D) 600 E) 720

25. Carlo è un tipo strano: in ogni singolo giorno o mente sempre o dice sempre la verità, alternando il suo comportamento al variare dei giorni. Oggi egli ha fatto 4 delle seguenti 5 affermazioni. Quale non può avere fatto?
A) Il numero dei miei amici è un numero primo.
B) I miei amici sono tanti quante le mie amiche.
C) Io mi chiamo Carlo.
D) Io dico la verità in tutti i giorni della mia vita.
E) Tra i miei amici e le mie amiche, tre sono più vecchi di me.

26. Quanti numeri interi positivi compresi fra 10 e 99 vengono più che triplicati allorché si scambiano le loro cifre ?
A) 6 B) 10 C) 15 D) 22 E) 33

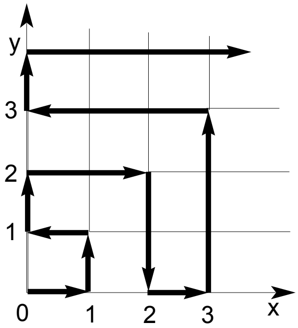
27. La figura rappresenta un esagono regolare di lato 2 e due archi di circonferenza di raggio 2, aventi ciascuno il centro in un vertice dell'esagono. Quanto misura (in unità quadrate) la regione ombreggiata?



A) $4\sqrt{3}-2\pi$ B) $4\sqrt{3}+2\pi$ C) $2\sqrt{3}+\pi$

D) $2\sqrt{3}-\pi$ E) $4\sqrt{3}-\pi$

28. Una particella si muove nel quadrante illustrato in figura con la legge che segue. Nel primo minuto va dall'origine al punto di coordinate (1,0). Poi continua a seguire il percorso indicato in figura dalle frecce (avanti e indietro dall'asse x all'asse y e viceversa), spostandosi, parallelamente agli assi, sempre alla stessa velocità: in ogni minuto percorre un'unità di spostamento. Quali sono le coordinate del punto raggiunto dalla particella dopo esattamente due ore?



A) (10,0) B) (1,11) C) (10,11) D) (2,10)
E) (11,11)

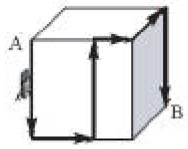
Cadet

29. Uno dei seguenti numeri è il risultato dell'operazione
333 x 743 x 710 x 352 x 745 x 298. Quale?
A) 13727978688124880 B) 13727978688124800
C) 12727978688123000 D) 12727978688124800
E) 14727978688124836

30. Piero ha un lucchetto a combinazione di tre cifre. Ha dimenticato il codice, ma sa che le tre cifre sono tutte diverse fra loro e che la prima è il quadrato del rapporto della seconda e della terza cifra. Quanti tentativi dovrà fare al massimo Piero per aprire il lucchetto?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

SOLUZIONE DEI QUESITI PER LA CATEGORIA CADET 2005

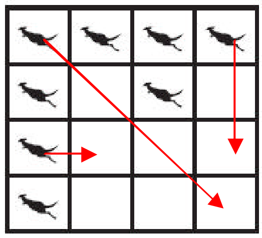
1. (**C**) In un giorno ci sono 24 ore e quindi la metà di un terzo di un quarto di un giorno dura $[(24:2) : 3] : 4 = 1$ ora, cioè 60 minuti.



2. (**D**) Il percorso fatto equivale a percorrere esattamente 5 spigoli del cubo, ciascuno lungo 12 cm, cioè in totale $12\times5 = 60$ cm.

3. (**C**) Ad ogni passo Anna produce altri 9 frammenti di carta olte a quelli presenti nel passo precedente; alla fine ha quindi $10 + 9 + 9 + 9 + 9 = 46$ pezzi di carta.

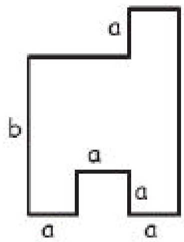
4. (**E**) Si deve trovare qual è il 30% del 50%, il che equivale a calcolare il prodotto $30\%\times50\% = 15\%$, che è la percentuale di studenti della Scuola Sobieski che ha tanto la bici che i rollerblade.



5. (**D**) Ci sono sicuramente due canguri in eccesso sulla prima riga e due sulla prima colonna, che possono essere rimossi mandando ad esempio il canguro sulla prima riga e prima colonna nell'angolo opposto del quadrato, quello sulla prima riga e quarta colonna sulla terza riga e quarta colonna, quello sulla terza riga e prima colonna nella terza riga e seconda colonna. D'altra parte, dal momento che una riga e una colonna hanno in comune una sola casella, con meno di tre spostamenti non è possibile rimuovere tutti i canguri in eccesso.

6. (**C**) La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° e si sa che l'angolo in A misura 3 volte l'angolo in B mentre l'angolo in C misura 6 volte l'angolo in B, per cui l'angolo in B misura $[180 : (1 + 3 + 6)]° = 18°$ e l'angolo in A misura $(18 \times 3)° = 54°$.

7. (**C**) Nel caso proposto, in cui sono state mangiate 16 porzioni di gelato, ogni ragazza ha mangiato 2 porzioni di gelato, poiché (visto che ogni ragazzo mangia come due ragazze) è come se il gelato fosse stato mangiato da $2 + 3 \times 2 = 8$ ragazze [1]. Quindi nella seconda ipotesi ne vengono mangiate in tutto $2 \times (3 + 2 \times 2) = 14$.



8. (**E**) La figura che rappresenta la pianta è equivalente a un rettangolo che ha un lato lungo b e l'altro lungo $3a$ (basta spostare il quadratino di lato a che sta alla sommità della pianta nell'incavo in basso). Quindi la sua area è $3ab$.

9. (**B**) I corvi sono in numero pari, diciamo $2n$, e sono solo "uno in più" dei pali che sono quindi $2n – 1$. D'altra parte $n + 1 = 2n – 1$ (poiché il numero di coppie di corvi è di 1 inferiore al numero di pali): quindi $n=2$ cioè i pali sono 3.

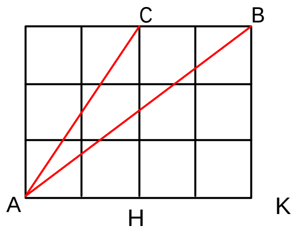
10. (**D**) Bisogna che K (e ogni altra lettera) assuma il massimo valore possibile compatibile con l'ordine alfabetico: visto che le lettere sono, nell'ordine, AGKNORU, ciò si realizza per U = 9, R = 8, O = 7, N = 6, K = 5, G = 4 e A = 3. Sostituendo tali valori alle lettere in KANGOUROU si perviene al numero 536479879.

[1] È chiaro che lo stesso risultato si può ottenere anche attraverso un'equazione: detto n il numero di porzioni di gelato mangiate da ogni ragazza, si deve avere $2n + 3(2n) = 16$.

11. (**D**) Infatti l'area della regione B è di 16 quadretti, mentre quella di C è di 8 quadretti: quindi, se il punteggio che si può conseguire è inversamente proporzionale all'area della regione colpita, il centro in C vale il doppio di quello in B, cioè un centro nella regione C vale 20 punti.

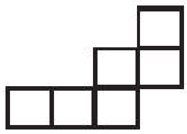
12. (**C**) Se il numero di compagni è n, la cifra complessiva necessaria allo svolgimento della gita vale, in euro: $14n + 4 = 16n - 6$. Ciò dice che $n = 5$, cioè i compagni sono 5. Per avere il contributo unitario, basta ripartire tra i 5 ragazzi il contributo mancante di 4 euro (80 cent.) ed aggiungerlo al contributo di 14 euro. Quindi il contributo di ciascuno per raccogliere esattamente la cifra necessaria per il viaggio è di 14.80 euro.

13. (**D**) Detta x la lunghezza del lato di ogni quadrato che costituisce una maglia nella griglia, applicando il teorema di Pitagora ad AHC si ha che $3^2 = (2x)^2 + (3x)^2$, cioè $x^2 = 9/13$, vale a dire ogni quadrato ha area pari a 9/13 m^2. Applicando di nuovo il teorema di Pitagora al triangolo AKB, si trova che il quadrato costruito su AB ha area $(4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2 = (25 \times 9)/13\ m^2$ e quindi la lunghezza di AB è $(5 \times 3)/\sqrt{(13)}$ m.



14. (**C**) Deve trascorrere il minimo numero di giorni contemporaneamente multiplo di 5 (perché sia ancora un giorno di riposo per il guardiano) e di 7 (perché sia ancora domenica), cioè 35 giorni; di questi, uno su cinque non è lavorativo per il guardiano: quindi, da oggi alla prima domenica che sarà di nuovo giorno di riposo per il guardiano, sono 28 i giorni in cui il guardiano lavora.

15. (**D**) Pensando il cubo come parallelepipedo retto a base quadrata, nei primi due sviluppi, il rettangolo composto da 4 quadrati costituisce lo "sviluppo laterale" del cubo, mentre i due quadrati sporgenti possono essere visti come "basi"; nel terzo è possibile pensare il primo e il terzo quadrato contenuti nel rettangolo più in basso come "basi" e il resto come "sviluppo laterale"; nel quinto è ad esempio possibile fissare come base inferiore il quadrato più a sinistra nella seconda sequenza di quadrati, come sviluppo laterale i 4 quadrati che gli sono adiacenti o almeno confinanti per un punto, mentre l'ultimo quadrato in alto a destra funziona da base superiore. Lo stesso discorso non vale invece per il quarto sviluppo (che è in parte sovrapponibile al precedente): dopo aver piegato lo sviluppo in modo da ricavare base inferiore e superficie laterale, il quadrato più a sinistra nella fila in basso va a sovrapporsi a un quadrato già presente nello sviluppo laterale.



16. (**D**) Tenuto conto che un litro d'acqua equivale a un dm^3, si sa che stanotte sono caduti 20 dm^3 di acqua per ogni $m^2 = 100\ dm^2$ di terreno, cioè 0,2 dm^3 di acqua per ogni dm^2 di terreno: questo significa che l'altezza dell'acqua raccolta in un recipiente [2] di qualunque forma deve essere di 0,2 dm = 2cm.

17. (**B**) Ogni angolo interno di un pentagono regolare misura $[(180\times5 - 360) : 5]° = 108°$. L'angolo denotato con x è l'angolo esterno di un triangolo che ha gli angoli non adiacenti a x che misurano rispettivamente 60° e $(180 - 108)° = 72°$ e quindi x misura $(60 + 72)° = 132°$.

18. (**C**) Il minuendo, avendo 3 cifre vale al più 999; il sottraendo deve avere due cifre ma la sua somma con 987 non deve superare 999 e quindi la cifra delle decine deve essere

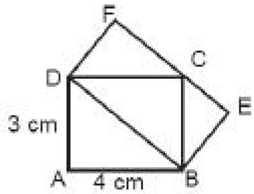
[2] Ovviamente sul terreno, se non è impermeabile, alla fine della notte se ne troveranno di meno!

esattamente 1 e la cifra delle unità può essere solo 0, 1 o 2. Quindi le possibili somme tra minuendo e sottraendo sono (987+10)+10=1007, (987+11)+11=1009, (987+12)+12=1011. Tra queste, l'unica presente nelle risposte è 1009.

19. (**D**) La lunghezza della traccia della penna è pari a quella di *n* semicirconferenze. Ognuno di esse ha raggio $d/(2n)$ e quindi è lunga $pd/(2n)$. Dunque la somma delle loro lunghezze è $pd/2$.

20. (**C**) I numeri maggiori di 1 e minori di 100 con 3 fattori primi tutti diversi da 2 (altrimenti non sarebbero dispari come richiesto), eventualmente ripetuti, sono: $(3\times3)\times3=27$, $(3\times3)\times5=45$, $(3\times3)\times7=63$, $(3\times3)\times11=99$ (nessun altro con i fattori $(3\times3)\times\ldots$), $3\times(5\times5)=75$, cioè in tutto 5.

21. (**B**) Tracciando la perpendicolare da C al lato BD, nel triangolo BCD si evidenziano due triangoli rettangoli, uno congruente a CDF e l'altro congruente a BCE. Quindi il rettangolo DBEF è equivalente a due volte il triangolo BCD. La stessa cosa è vera del rettangolo ABCD; quindi i due hanno la stessa area, pari a (4×3) cm^2 = 12 cm^2.

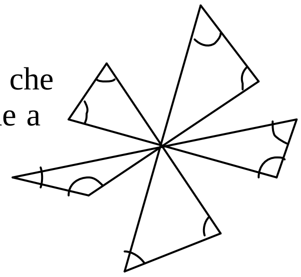


22. (**D**) Se la loro media aritmetica è 10, la somma dei 10 numeri vale $10\times10=100$ e i numeri più piccoli (dovendo essere tutti diversi tra loro) sono almeno 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Poiché la loro somma è 45, il numero più grande può valere al massimo 55.

23. (**D**) A ogni passo viene sostituito 16/64 = 1/4 del liquido presente nel barile e quindi ne restano i 3/4 dell'originario, che è uniformemente mescolato e quindi restano i 3/4 del vino presente e i 3/4 dell'acqua presente. Dunque in tre passi restano nel barile
$(3/4)\times(3/4)\times(3/4)\times64 = 27$ litri di vino.

24. (**E**) Gli angoli appartenenti ai triangoli e non evidenziati hanno somma che misura 180°, poiché le cinque rette dividono il piano in 10 angoli a due a due uguali, uno dei quali appartiene a un triangolo e l'altro a nessuno.
Quindi la misura degli angoli evidenziati è pari a

$$180^\circ\times5-180^\circ=720^\circ.$$



25. (**C**) Infatti C è un'affermazione vera, D è falsa: quindi, a seconda della giornata, Carlo non può dire una delle due. D'altre parte, le restanti frasi sono contraddittorie (Carlo dice di avere almeno tre amici (E), di avere un numero primo di amici (A) e quindi un numero dispari di amici, poiché ne ha più di 2 che sarebbe l'unico pari primo, e di avere un ugual numero di amici e di amiche (B) e quindi un numero pari di amici di ambo i sessi). Dunque non è in giornata di verità.

26. (**A**) Dobbiamo considerare numeri interi positivi non inferiori a 10. Consideriamo quindi i numeri tra 10 e 19: perché il numero ottenuto scambiando le due cifre sia non inferiore al triplo del numero di partenza bisogna che la seconda non sia inferiore a 3. D'altra parte 13 e 14 non sono accettabili ($13\times3=39>31$, $14\times3=42>41$), mentre sicuramente <u>sono accettabili i numeri tra 15 e 19 compresi</u>. Consideriamo poi i numeri tra 20 e 29: perché si triplichino scambiando le due cifre bisogna che la seconda non sia inferiore a 6. D'altra parte 26, 27 e 28 non sono accettabili ($26\times3=78>62$, $27\times3=81>72$, $28\times3=84>82$), mentre <u>è accettabile 29</u>. I numeri maggiori di 29 non possono soddisfare ai requisiti, poiché se compresi tra 30 e 39 dovrebbero almeno avere cifra delle unità pari a 9 (ma $39\times3>93$), mentre il triplo di quelli maggiori ha più di due cifre. Quindi in totale ci sono 6 numeri interi compresi tra 10 e 99 che vengono più che triplicati allorché si scambiano le loro cifre.

27. (**A**) La diagonale suddivide il rettangolo evidenziato in figura in due triangoli rettangoli con angoli di 30° e 60° (metà di un triangolo equilatero); quindi il rettangolo ha il lato più corto lungo 2 e l'altro lungo $2\sqrt{3}$ (usare il teorema di Pitagora!). D'altra parte la regione ombreggiata è ottenuta rimuovendo dal rettangolo due quarti di cerchio di raggio 2 (che sono ovviamente tangenti nel centro dell'esagono). Dunque l'area di tale regione si ottiene sottraendo all'area del rettangolo quella di un semicerchio di raggio 2: in unità quadrate $2\times2\sqrt{3} - 2\pi$.

28. (**A**) Osserviamo che due ore sono 120 minuti: quindi dobbiamo stabilire la posizione dopo 120 passi.

Possiamo eseguire il calcolo direttamente, ma è più veloce (oltre a fornire un metodo valido qualunque sia il numero di passi) procedere come segue. È facile calcolare il numero di passi che ci consentono di raggiungere il punto (k,0): è

$$1 + 2\times1 + 1 + 2\times2 + 1 + 2\times3 + 1 + \ldots + 1 + 2\times k = k + 2(1 + 2 + 3 + \ldots + k) = k^2 + 2k.$$

Ora basterà trovare l'intero k tale che k^2+2k sia minore di 120, ma il più vicino possibile a 120, e poi procedere ad esaminare direttamente solo l'ultima parte del percorso. Siamo fortunati: si ha $k^2 + 2k = 120$ proprio per $k = 10$. Dunque il punto raggiunto è (10,0).

Si può anche, in alternativa ma nello stesso spirito, procedere come segue. Osserviamo che dopo un numero di passi pari a $(2k+1)^2$ la particella si trova sull'asse x nella posizione $(2k+1,0)$ e al passo precedente sta in $(2k,0)$. Quindi dopo 121 passi la particella sta in (11,0) e al passo precedente sta in (10,0).

29. (**B**) $333 \times 743 \times 710 \times 352 \times 745 \times 298$ è sicuramente multiplo di 100, avendo come fattore $710 \times 745 \times 298$ - il che esclude le risposte A) ed E) - ma non di 1000 poiché ci sono solo due fattori divisibili per 5 e nessuno di essi è divisibile per 5^2: quindi si esclude anche la risposta C). Inoltre, avendo come fattore 333, è sicuramente divisibile per 9: ciò esclude la risposta D), poiché la somma delle cifre di 12727978688124800,

$$2 + 7 + 2 + 7 + 9 + 2 + 7 + 1 + 8 + 1 + 8 + 8 + 6 + 4 + 8 + 0 + 0 = 6\times9 + 26,$$

non è divisibile per 9, mentre quella delle cifre di 13727978688124800, differendo dalla precedente solo per una unità, lo è.

30. (**D**) La combinazione (p, s, t) (con p, s, t numeri compresi tra 0 e 9 tutti diversi tra loro) deve soddisfare la condizione $p = (s/t)^2$, cioè $pt^2 = s^2$. Questo implica che nessuna delle 3 cifre può essere nulla (t in quanto al denominatore, le altre perché l'annullarsi di una comporta l'annullarsi dell'altra e quindi la non diversità delle tre cifre) e che p non può valere 1 (altrimenti si dedurrebbe $s = t$); ma p deve essere un quadrato: quindi può valere solo 4 o 9. L'uguaglianza $4t^2 = s^2$ cioè $s = 2t$ ammette come soluzioni le due coppie $(s, t) = (2,1)$ e $(s, t) = (6,3)$ (vanno scartate le soluzioni (4,2) perché comporterebbe $p = s$ e (8,4) perché comporterebbe $p = t$); l'uguaglianza $9t^2 = s^2$ cioè $s = 3t$ ammette come soluzioni le due coppie $(s, t) = (3,1)$ e $(s, t) = (6,2)$ (va scartata la soluzione (9,3) perché comporterebbe $p = s$). Quindi le combinazioni possibili sono 4: (4,2,1), (4,6,3), (9,3,1), (9,6,2). Dopo al più 4 tentativi Piero potrà aprire il lucchetto.